

Identificación y Propuestas de Mecanismos para Recuperación de Costos Fijos de Operación

Informe Final

Preparado para:



Generadoras de Chile

Julio 2020

PSR

Contenido

1	Resumen ejecutivo.....	6
2	Introducción.....	9
2.1	Objetivos y alcance del estudio.....	10
2.2	Introducción teórica de la problemática de costos no convexos.....	12
3	Identificación de Costos de Operación no Convexos.....	15
3.1	Costos de operaciones en ciclado.....	17
3.2	Representación de los costos de ciclado en los modelos de Unit Commitment	24
3.3	Nuevo procedimiento del Coordinador Eléctrico Nacional de Chile.....	27
4	Experiencia Internacional.....	28
4.1	Enunciación del problema y posibles soluciones.....	29
4.2	Enfoques para la contabilidad de las no convexidades en los EE.UU.	35
4.3	Métodos de contabilidad para no convexidades fuera de los EE. UU.	36
4.4	Ordenes de magnitud de los “make whole payments” en USA.....	39
5	Análisis Conceptual.....	40
5.1	Descripción conceptual de la metodología propuesta.....	45
5.2	Marco matemático y algoritmos de solución para el problema de operación	54
5.3	Marco matemático y algoritmos de solución para el problema de expansión.....	61
6	Verificación de los Efectos Económicos.....	70
6.1	Caso estudiado.....	71
6.2	Índices de comparación.....	71
6.3	Construcción de los mecanismos de compensación.....	72
6.4	Comparación cualitativa de los principales índices de operación.....	73
6.5	Impacto en los balances de inyecciones y retiros.....	78
6.6	Comentarios.....	79
7	Conclusiones y Recomendaciones.....	80
7.1	Background histórico.....	80
7.2	Eficiencia económica de los precios marginales.....	81
7.3	La teoría de los precios spot no se puede extender a problemas no convexos.....	83

7.4	Las energías renovables variables (ERV) y el “ <i>Duality Gap</i> ”	84
7.5	Alternativas para “cerrar” el <i>duality gap</i>	85
7.6	Conclusiones y alternativa recomendada	86
7.7	Asignación de pagos	90
7.8	Conexión con estrategia de flexibilidad del gobierno	92
7.9	Instrumentos regulatorios.....	92
8	Referencias.....	94
	ANEXOS.....	97
A.	Análisis de la Recuperación de Costos en el Problema de Operación	97
B.	Factibilidad del Problema de Operación Asociado a los Esquemas de Recuperación de Costos y Técnicas para Manejar Productos de Variables Continuas.....	99
C.	Cálculo de los Cortes de Benders	103

Tablas

Tabla 1: Distintos enfoques para make whole payments y modificación en los costos variables, con costos de oportunidad.	32
Tabla 2: Distintos enfoques para make whole payments y modificación en los costos variables, sin costos de oportunidad.....	33
Tabla 3: Resumen experiencias internacionales.	38
Tabla 4: Valores históricos de MWP.....	39
Tabla 5: Esquemas para incorporar no convexidades en precios	42
Tabla 6: Ventajas y desventajas de los mecanismos de recuperación de costos no convexos ⁸⁹	

Figuras

Figura 1: Costos de corto y largo plazo por la operación en ciclados.	17
Figura 2: Curva de costos de partida.	18
Figura 3: Diagrama de flujo que ilustra un enfoque iterativo en el cálculo de los costos de ciclados en un modelo UC.	26
Figura 4: Proceso de decisión para la expansión de la capacidad.....	51
Figura 5: Expansión de la capacidad – pagos laterales.....	52
Figura 6: Expansión de la capacidad – ajuste del costo variable.....	53
Figura 7: Costos marginales mensuales – año 2030, caso hidrología media	73
Figura 8: Costos marginales mensuales – año 2030, caso hidrología seca	74
Figura 9: Costos marginales mensuales – año 2030, caso hidrología húmeda	74
Figura 10: MWP mensual – año 2030, según simulación.....	75
Figura 11: Pagos de la demanda, caso Modificación de Precios Spot, año 2030, según simulación.....	76
Figura 12: Diferencia de los pagos de la demanda, caso Modificación de Precios Spot, año 2030, según simulación.	77
Figura 13: Cambio en el balance de inyecciones y retiros según sea el mecanismo de recuperación de los costos no convexos.	79

1 RESUMEN EJECUTIVO

En los años 2017 y 2018, la Asociación de Generadoras de Chile encargó un estudio que planteó una serie de propuestas regulatorias para el contexto chileno en un escenario de elevada penetración de fuentes renovables variables.

El mencionado estudio planteó que, el diseño del mercado chileno estaba en general alineado con las buenas prácticas de la experiencia internacional, pero encontró que no contaba de momento con un sistema eficiente de remuneración de los costos fijos de operación, tales como operaciones obligadas y los costos de arranque y parada de unidades generadoras termoeléctricas, entre otros, conocidos como costos no convexos. Estos costos se incrementan con la penetración de tecnologías de generación en base a Energía Renovable Variable y debieran ser reconocidos a aquellos agentes que incurren en ellos.

El estudio planteó dos opciones:

- i) incluirlos en el precio marginal de la energía que aumenta la remuneración de todos los agentes, o
- ii) reconocer estos costos aparte, sin afectar el costo marginal, a través de unos pagos discriminatorios conocidos como side-payments o make-whole payments en los mercados de los Estados Unidos.

El mencionado estudio no entregó una recomendación específica y por esta razón, la Asociación de Generadoras de Chile quiso avanzar en los estudios de impacto asociados a cada alternativa, de modo de tener en cuenta los respaldos técnico-económicos suficientes del mecanismo que pudiera resultar más eficiente para el desarrollo del sistema eléctrico chileno, dando origen al presente estudio, en el cual se desarrollan los siguientes aspectos.

- i) Revisión de la experiencia internacional
- ii) Identificación de costos de la operación que tienen carácter de fijos para su tratamiento en la incorporación en los costos variables de operación.
- iii) Análisis conceptual,
- iv) Estimación de los posibles efectos económicos que las distintas alternativas pueden originar
- v) Comparación cualitativa de los principales índices de operación de corto y largo plazo
- vi) Recomendación de un mecanismo a implementar en el mercado chileno

Por su parte, en el presente estudio el consultor define y describe conceptualmente un enfoque para evaluar el rendimiento relativo de cada alternativa en base a cual conduce a la expansión de menor costo para los consumidores, asumiendo que los proveedores recuperan los costos no convexos en la modalidad definida para cada alternativa. La implementación de este enfoque no ha sido aún desarrollada por el consultor, y considerando los alcances definidos para el presente estudio, se efectuó una estimación aproximada de los efectos económicos de cada alternativa, al no contarse con el desarrollo anterior todavía. Por esta razón, se efectúa una recomendación de transición en base a los atributos, ventajas y desventajas de cada alternativa, de acuerdo al conocimiento actual, y

se propone avanzar y revisar dicha recomendación una vez que esté disponible la implementación de una metodología apropiada, como el enfoque conceptual propuesto por el consultor en este estudio.

Básicamente, resolver el problema de asignación de costos no convexos se refiere a cerrar la brecha o diferencia entre los costos operativos reales de los generadores y sus ingresos spot, conocida como *duality gap*, la cual es positiva en presencia de costos no convexos.

Como primer punto es importante observar que las dos alternativas mencionadas para resolver este problema no garantizan la eficiencia de la señal de precios resultante, como si ocurre en la teoría de los precios spot convexos. El punto entonces es evaluar cuál alternativa es "más cercana a una solución eficiente" que la otra, o en otras palabras, cuál se acerca más a la solución óptima y conduce "al menor arrepentimiento", al ser aplicada en el contexto actual del mercado chileno.

La alternativa de modificación de los costos variables de las centrales termoeléctricas, y con ello los precios del sistema, está hoy en fase experimental y los estudios muestran que ella origina aumentos importantes en la remuneración de todos los generadores, no sólo aquellos que necesitan recuperar costos no convexos, efecto que al día de hoy no está suficientemente analizado, siendo el mercado MISO el más avanzando, habiendo implementado un esquema de LMP extendido (ELMP), una versión limitada de "convex hull pricing" aplicado a recursos de partida rápida (FSR), en forma escalonada durante casi diez años. Esta experiencia ha registrado aumentos en torno a 2 US\$/MWh, valor bastante inferior a los encontrados en la estimación realizada para el sistema chileno, basada en los resultados del estudio PSR y Moray (2018).

Lo anterior sugiere que el análisis para el mercado chileno está en una etapa muy preliminar como para arribar a conclusiones claras e irrefutables, con el agregado que el aumento de precios origina no sólo un aumento de los costos para los consumidores, sino que también una posible consecuencia conocida como el "espiral del *duality gap*" (esto es que un aumento de precios spot produce en principio un aumento en la inserción de generación de bajo costo de operación y particularmente renovable variable, lo que a su vez origina un nivel mayor de necesidad de reserva y, asociado a ello, un aumento de los *unit commitments*. La mayor inserción de generación renovable variable reduce los precios spot, lo que puede aumentar aún más la *duality gap*).

Por otra parte, y mientras no se implemente una metodología que resuelva el problema, no existe todavía una única forma de modificar los precios spot, así como también, esta modificación depende de los tiempos que se definan para la recuperación de los costos no convexos (horario, diario, semanal, anual), lo que conduce a resultados muy volátiles en los precios y a despachos no necesariamente óptimos. Una problemática adicional se refiere a la recuperación de costos fijos no convexos de las centrales de punta, ya que aunque ellos sean menores, al tener que dividirlos por poca energía producida, resulta en valores unitarios significativos; esto podría solucionarse dividiendo el costo por algún otro parámetro de la unidad generadora de punta, como la capacidad, pero el valor resultante se aleja de ser representativo de la energía producida en este tipo de unidades.

Por su parte, la opción de pagos laterales es simple y transparente en su aplicación, existe suficiente experiencia en los mercados de USA, y es fácilmente aplicable en un esquema de despacho por costos como el chileno. En esta opción, resulta relevante mejorar los mecanismos de asignación de pago y mejorar todos los aspectos del marco regulatorio chileno asociados a señales de precio. Asimismo, debe existir un importante control de los costos declarados, para que estos no suban indiscriminadamente.

Analizando las ventajas y desventajas de cada opción, y reconociendo que la alternativa de modificar los precios spot tiene importantes bondades en lo que se refiere a señales de expansión e incentivo a nuevas tecnologías flexibles, pero que por otra parte, el estado del arte actual y los efectos indeseados que podría tener esta alternativa que aún no han sido suficientemente analizados, esta Consultoría recomienda la aplicación de un régimen de "pago lateral" a corto plazo como alternativa de "menor arrepentimiento". En el futuro, después de estudios más detallados de las consecuencias de cada alternativa en la expansión del sistema (se estima que desarrollar la metodología apropiada para evaluar las alternativas tomaría de uno a dos años) y también de un seguimiento del avance de las fases experimentales en USA, se recomienda revisar la decisión.

En relación a los costos de arranque y parada de las unidades de punta, que como se indicara anteriormente introducen una problemática adicional cuando se incorporan a ajustes de precio, se propone mantenerlos siempre como "pagos laterales", aun cuando el resultado de la revisión que se efectúe a futuro indicara que es mejor cambiar a la opción de modificación en los precios para el resto de los costos no convexos.

La propuesta plantea también mecanismos de asignación de pagos, tanto para el régimen transitorio como a futuro, y las modificaciones requeridas para tener este mecanismo, tanto en el mercado de contratos, como en el mercado spot, recomendándose mejoras en el diseño de contratos regulados y la creación de un despacho vinculante - "day ahead"-, en el mercado de corto plazo.

El estudio también hace la conexión de las recomendaciones planteadas con los contenidos conocidos a la fecha de realización de ese estudio de la Estrategia de Flexibilidad del Gobierno, y define los instrumentos regulatorios que deben modificarse para incorporar la recomendación propuesta.

2 INTRODUCCIÓN

La Asociación de Generadoras de Chile (AG) realizó durante los años 2017 y 2018 el estudio denominado “Diseño del mercado para gran participación de generación variable en el sistema eléctrico de Chile”¹. Este estudio planteó una serie de propuestas regulatorias para el contexto chileno con el objetivo de garantizar la eficiencia del mercado en escenarios de elevada penetración de fuentes renovables variables y también analizó los cambios legislativos y regulatorios que se requerirían para llevar a cabo dichas propuestas.

En particular, una de las propuestas estaba dirigida al funcionamiento del mercado diario e intradiario de la energía eléctrica y plantea soluciones para la recuperación de aquellos costos incurridos relacionados con políticas de operación orientadas a disponer, con los recursos existentes, de un sistema flexible para el mejor aprovechamiento de los recursos de generación renovable. Estos costos son hoy considerados como fijos de operación para efectos de reflejarlos en la señal instantánea del costo marginal de energía, y por consiguiente son asumidos por quienes los incurren.

El mencionado estudio plantea que, dado que el actual diseño del mercado de corto plazo chileno está basado en costos auditados, y las pérdidas de transmisión y posibles congestiones de la red de transporte están consideradas por el algoritmo que calcula precios nodales, el mercado chileno está alineado con las buenas prácticas de la experiencia internacional en este aspecto.

En cambio, el mercado chileno parece no contar de momento con un sistema eficiente de remuneración de los costos fijos de operación, a excepción de los costos de arranque y detención de unidades generadoras termoeléctricas², o bien, los mayores costos de mantenimiento que se producen por los constantes ciclados de estas unidades. Estos costos, muchos de ellos incrementados con la penetración de tecnologías de generación en base a Energía Renovable Variable (ERV), debieran ser reconocidos a aquellos agentes que incurren en ellos. Considerando la experiencia internacional, y según plantea dicho estudio, habría dos maneras de remunerar estos costos:

- i) incluirlos en el precio marginal de la energía a través de un uplift³ que aumenta la remuneración de todos los agentes, o

¹ Synex et al. (2018).

² Con posterioridad al diagnóstico del Informe Synex et al. (2018), en Diciembre del año 2019 se publicó el Reglamento de la Coordinación y Operación del Sistema Eléctrico Nacional, que en su artículo 63 establece un mecanismo particular de “pago lateral” para los costos de arranque y detención.

³ La palabra “uplift” tiene el significado de aumento de precios en general, de modo que en mercados como los de USA, se usa genéricamente para hablar de aumento de precios, y por lo tanto usan Make Whole Payments (MWP) y uplifts como sinónimos, mientras que la opción aquí mencionada según el estudio de Synex et al. se denomina Modificación de Precios Spot provenientes del LMP (costos marginales nodales), Extended LMP o Convex Hull Pricing. Por tal razón, en este estudio se usará la nomenclatura MWP y Modificación de Precio Spot, para referirse a las dos opciones planteadas por la AG.

- ii) reconocer estos costos aparte, sin afectar el costo marginal, a través de unos pagos discriminatorios⁴ conocidos como side-payments o make-whole payments en los mercados de los Estados Unidos.

El mencionado estudio no entrega una recomendación específica para el caso chileno, debido a la necesidad de estudiar en detalle los impactos en nuestro contexto. Por esta razón, Generadoras de Chile desea avanzar en los estudios de impacto asociados a cada alternativa, de modo de tener en cuenta los respaldos técnico-económicos suficientes del mecanismo que pudiera resultar más eficiente para el desarrollo del sistema eléctrico chileno, dando origen al presente estudio.

2.1 Objetivos y alcance del estudio

De acuerdo a lo indicado anteriormente, el presente estudio tiene por objetivo identificar y proponer una alternativa de mecanismo para la recuperación de los costos fijos de operación que sea más eficiente desde el punto de vista del desarrollo de la generación y sus efectos en el abastecimiento de energía, así como también permitir la asignación justa de los mayores costos.

Para tal efecto se desarrollan las siguientes actividades:

- i) Revisión de la experiencia internacional en mercados relevantes.
- ii) Identificar aquellos costos de la operación que tienen carácter de fijos para su tratamiento en la incorporación en los costos variables de operación. En particular, pero no acotado a ellos, se analizan los costos fijos de operación relacionados con una operación flexible⁵.
- iii) Análisis conceptual, basado en teoría económica, que describa suficientemente el resultado de la aplicación de mecanismos para la recuperación de costos fijos de operación en un mercado regido por el modelo de precios marginalista.
- iv) Realizar un análisis de los posibles efectos económicos que las distintas alternativas pueden originar en los distintos agentes competidores de generación y comercialización eléctrica.
- v) Comparación cualitativa de los principales índices de operación de corto y largo plazo que resultarían con la aplicación de los distintos mecanismos de remuneración de los costos fijos de operación que se propongan y analicen.
- vi) En base a los análisis teóricos desarrollados por el consultor, complementados éstos con los de factibilidad de implementación (¿cómo incluir estos costos en la programación de la operación que realiza el Coordinador y en los ejercicios de planificación que realiza el Ministerio y la CNE?), se recomienda un mecanismo de los analizados, detallando la forma de implementarlo en el régimen regulatorio chileno y el periodo transitorio

⁴ Estos pagos se definen como discriminatorios porque analizan de manera aislada la situación de cada generador y, aunque estén basados en la misma regla, varían entre agentes, rompiendo el paradigma fundamental del marginalismo consistente en remunerar sobre la base de los mismos precios a todos los proveedores del mismo servicio.

⁵ Consulte Moray y PSR (2018).

necesario para disminuir los posibles efectos económicos cruzados entre agentes generadores.

Para efectos de orden, el presente informe detalla la actividad ii) en primer lugar, para luego continuar con la actividad i) y las restantes a partir de la iii), con la consideración adicional que las actividades iv) y v), por su naturaleza, se describen en un solo capítulo.

En cuanto al análisis conceptual (actividad iii), este estudio compara todos los enfoques actualmente en uso para lidiar con el problema de los costos no convexos, desde el punto de vista de la eficiencia económica en un sistema eléctrico, esto es que la solución propuesta cumpla con:

- Un esquema remuneratorio que busque que los generadores tengan los incentivos a producir la energía requerida a mínimo costo, con especial énfasis en los requerimientos asociados al despacho de energía renovable variable y definir un esquema regulatorio que permita que en todo momento el suministro de energía eléctrica se realice en los niveles de confiabilidad exigidos y al menor costo para los usuarios.
- Promover en el tiempo la oferta de producción suficiente y de calidad, asegurando su adecuada expansión en el mediano y largo plazo, principalmente a través de señales de eficiencia tanto técnicas como económicas. Ello conlleva a que necesariamente los prestadores de estos servicios puedan, en una ventana de tiempo dada, recuperar todos sus costos eficientes de inversión y operación de proveerlos y no existan precios confiscatorios,
- Buscar una correcta asignación de los costos involucrados, en donde debería primar el principio básico de que el que causa el costo en el margen lo deba asumir

determinando las ventajas y desventajas de cada esquema, y cuáles pueden implementarse de una mejor forma en Chile, considerando los aspectos económicos y de diseño del mercado chileno, como por ejemplo el despacho por costos, entre otros.

Se anticipa que no hay una elección clara entre los distintos enfoques desde el punto de vista de eficiencia económica. El desarrollo de estos esquemas sugiere que la cuestión de los precios en los mercados con no convexidades sigue siendo hasta el día de hoy un desafío abierto en el campo de la economía, existiendo resultados limitados sobre los efectos en los precios y su eficiencia económica.

Diseñar esquemas de fijación de precios en mercados con no convexidades es un problema de decisión multicriterio desafiante con implicancias significativas para la competencia y la regulación del mercado. Los pesos de los criterios dependerán de la madurez y las perspectivas del mercado, el número, la participación de mercado y el poder de los proveedores, el nivel tecnológico que impulsa los costos fijos y marginales, entre otros factores. Ninguno de los esquemas estudiados domina con respecto a otro. Algunos son más simples y directos; mientras otros buscan eficiencia de la asignación y reducir pagos discriminatorios.

En relación a los objetivos primordiales de eficiencia económica enunciados, todos los métodos conducen a precios no confiscatorios, y básicamente se pueden agrupar en: pagos

laterales y esquemas de adecuación de precios, en donde se distinguen distintas opciones relacionadas con la minimización y la asignación de los aumentos de costo entre proveedores.

2.2 Introducción teórica de la problemática de costos no convexos

Los precios nodales eficientes que definen las decisiones de despacho de las unidades de generación, se pueden determinar minimizando el costo variable total de atender la demanda en todos los nodos de la red de transmisión sujeto a todas las restricciones de transmisión y de operación relevantes, siempre y cuando todas las unidades de generación puedan despacharse continuamente entre su mínimo y máximo nivel de funcionamiento. Schweppe, Caramanis, Tabors y Bohn (1988) demuestran que el precio eficiente en cada nodo de la red es igual al aumento en el valor minimizado de la función objetivo como resultado de retirar un megavatio-hora (MWh) más de energía en ese nodo.

Sin embargo, cuando se quiere incorporar los costos de arranque y parada, los tiempos de encendido mínimos, los tiempos de arranque y parada, los “no-load costs” (costos de mantener las unidades rotando y/o las calderas calientes para dar reserva rodante) y otras restricciones enteras en los niveles operativos de ciertas unidades de generación, en el mecanismo de compensación de las unidades despachadas, no existe una única definición generalmente aceptada de precios de nodo eficientes.

Tal como señala el estudio Synex et al., existen al menos dos enfoques generales para compensar a los propietarios de unidades de generación por incurrir en costos asociados con estas no convexidades en la producción de electricidad. Estos enfoques implican pagos adicionales a unidades de generación individuales para compensarlos por incurrir en estos costos.

Resolver el costo mínimo, incluyendo todos estos costos adicionales – los costos de arranque y parada, los “no-load costs” para dar reserva rodante, en todas las unidades de generación – de abastecer la demanda en todos los nodos de la red, contabilizando los tiempos de inactividad mínimos de cualquier unidad de generación con un número finito de niveles operativos puede generar precios nodales de energía que no logran recuperar los costos variables y el costo fijo de operar cada unidad de generación. Por ejemplo, una unidad de generación con el costo operativo variable de 25 US\$/MWh puede despacharse para producir 100 MWh a un precio de nodo de 40 US\$/MWh. Sin embargo, si los costos de arranque y operación sin carga de la unidad superan la diferencia entre el precio del mercado y el costo variable del proveedor multiplicado por la cantidad de energía que la unidad produce, en este caso US\$ 1,500, el proveedor no recuperará el costo total de suministrar 100 MWh y en su lugar debería decidir no producir electricidad. En este caso, el precio marginal de nodo uniforme para todos los generadores no es compatible con el incentivo de mercado.

Cuando un precio de nodo de energía uniforme que se ofrece a un proveedor que maximiza las ganancias, causa que ese proveedor no se desvíe de su producción de la cantidad de energía que surge del despacho a costo marginal nodal, entonces se dice que el proceso de

despacho es compatible con el incentivo basado en el mercado. Un precio nodal de energía uniforme más un pago lateral específico por unidad de generación se denomina incentivo compatible si el recurso no tiene un incentivo económico para desviarse de la cantidad de energía que despeja el mercado. En Dane, Zheng, Zhao y Litvinov (2015) se puede obtener más información sobre estos conceptos. En el ejemplo anterior, si los costos de arranque y parada, los “no-load costs” y otros son US\$ 2,000, se requiere un pago lateral de US\$ 500 adicional a los 40 US\$/MWh para la energía producida, situación que haría que el propietario de la unidad de generación proporcione los 100 MWh. Estos pagos secundarios se refieren a menudo como “make whole payments”, porque permiten que la unidad de generación cubra todo su costo de producción de energía durante todas las horas del día.

Los mercados de “day ahead” en los Estados Unidos permiten a los propietarios de unidades de generación ofertar los costos de arranque y parada, así como los “no-load costs” para dar reserva rodante, junto con las curvas de oferta de energía para cada hora del día siguiente. El Operador de Sistema Independiente (ISO) minimiza el costo ofrecido de atender la demanda en todos los nodos, incluidos los costos antes indicados, considerando todas las restricciones de transmisión y otras restricciones operativas relevantes (incluidas las restricciones mínimas de tiempo activo e inactivo en las unidades de generación), para las 24 horas del día siguiente. Si los ingresos totales que gana una unidad de generación por la venta de energía en estas 24 horas es menor que el costo total ofrecido por el suministro de esta energía (incluidos los costos de arranque y “no-load costs”), la unidad de generación recibe un “make whole payment” para cubrir esta diferencia y tener los incentivos para que la unidad suministre la energía vendida.

No se ven impedimentos para que este enfoque para compensar a las unidades de generación por los costos de puesta en marcha y “no-load costs” pueda incorporarse en el mercado chileno. El “make whole payment” podría calcularse sobre una base horaria o incluso en un mayor horizonte operativo, por ejemplo, cada vez que una unidad de generación sea despachada por el operador del sistema, se le garantizaría recuperar los costos a través de suficientes ingresos de venta de energía hasta el momento en que se apague y así recuperar el costo total de producir esta energía, incluyendo su puesta en marcha y “no-load costs”.

Hay una serie de enfoques para determinar los precios nodales de la energía y los “make whole payments”. Una desventaja de un pago de venta al por mayor igual a la diferencia entre los costos operativos totales ofrecidos y los ingresos del mercado de energía es que se pueden generar grandes “make whole payments” y proporcionar incentivos para que los proveedores distorsionen sus costos de puesta en marcha y “no-load costs”, así como las curvas de oferta de energía, con el fin de maximizar sus beneficios. Estas preocupaciones han llevado a los investigadores a proponer mecanismos que intentan determinar los pagos colaterales más eficientes o elegir precios nodales que minimicen la cantidad total de pagos colaterales.

O'Neill, Sotkewicz, Hobbs, Rothkopf y Stewart (2005) proponen un enfoque de dos pasos para calcular los pagos laterales y los precios de la energía. El primer paso resuelve el problema de programación entera mixta que minimiza el costo total de energía para atender

la demanda en todos los nodos de la red de transmisión, considerando los costos variables y sujeto a todas las restricciones de operación y otras restricciones operativas relevantes. La solución a este problema encuentra la combinación de menor costo de las unidades de generación para comprometerse a suministrar electricidad, pero no establece precios ni niveles de despacho.

El segundo paso de este proceso resuelve un problema de programación lineal para determinar los precios de nodo de la energía y los pagos secundarios tratando las decisiones de despacho discretas (0,1) provenientes del primer paso como variables continuas restringidas para igualarlas al valor del primer paso. Debido a que las decisiones de despacho de la primera etapa se consideran como restricciones de igualdad, los pagos colaterales resultantes pueden ser tanto positivos como negativos. Los autores abogan por solo compensar a los propietarios de unidades de generación con pagos secundarios positivos, pero no cobrar pagos secundarios negativos.

Todos los mercados de precios marginales nodales de los Estados Unidos utilizan un proceso de despacho en dos pasos. La ISO ejecuta primero el despacho para determinar qué unidades aparecen despachadas en el mercado del día siguiente. Luego, el mercado del día siguiente se ejecuta condicionado a estas decisiones de despacho y se determinan los precios nodales y los “make whole payments”.

Un enfoque más reciente de este problema determina explícitamente la cantidad total de pagos colaterales en el mecanismo de compensación del mercado. Este enfoque define los precios nodales de energía que minimizan la cantidad total de pagos laterales. Hogan y Ring (2003) comparan las propiedades de este enfoque en relación con O'Neill et al. (2005) y encuentran que los precios mínimos “uplift” de la energía son monótonos con los niveles de carga para el mismo conjunto de curvas de oferta de energía, costos de arranque y parada y “no-load costs”, propiedad que no es compartida por O'Neill et al. (2005). Hogan y Ring (2003) demuestran que los dos enfoques pueden tener grandes saltos discretos hacia arriba y hacia abajo en los precios de la energía a medida que aumentan los niveles de carga.

Gribik, Hogan y Pope (2007) demuestran ésta y otras propiedades intuitivamente atractivas de los “convex hull pricing”. Por estas razones, este enfoque para determinar la energía y los pagos complementarios es un área activa de investigación y actualmente se están considerando aspectos de este mecanismo de fijación de precios para su adopción en algunas ISO de los Estados Unidos.

3 IDENTIFICACIÓN DE COSTOS DE OPERACIÓN NO CONVEXOS

Si bien los costos no convexos han estado presentes en los sistemas eléctricos, ellos han tomado relevancia en la medida que la Energía Renovable Variable (ERV) crece en el sistema, lo que aumenta el requisito de flexibilidad cambiando en definitiva el funcionamiento de los generadores existentes en el sistema chileno, principalmente las unidades termoeléctricas.

A medida que la participación de las ERV crece en los sistemas de potencia, los desafíos asociados a incertidumbre en la generación son más evidentes y la flexibilidad es un atributo cada vez más relevante. Puesto que el despacho de la generación de las ERV no puede gestionarse, requiere del permanente respaldo de centrales convencionales u otros, las que deben acomodar su generación según el perfil irregular de la demanda residual que dejan. Esta situación origina costosas operaciones obligadas; permanentes ciclados de las centrales termoeléctricas y aumenta la necesidad de reservas en el sistema. Todo lo anterior ejerce presión sobre los denominados costos no convexos, tales como costos de arranque y parada, “no-load costs” para dar reserva, tiempos mínimos de encendido y operación, etc., mucho de ellos habitualmente no remunerados en los sistemas eléctricos.

La generación irregular de las ERV con bruscas rampas de subidas y bajadas deja una demanda residual, que debe ser abastecida por el resto de las centrales, tanto convencionales: termoeléctricas e hidroeléctricas con regulación, u otras, las que deben acomodar su generación según se requiera. Esta modalidad de operación, con permanentes ciclados, produce esfuerzos de los ciclos de vapor y de gas de las centrales termoeléctricas, con un aumento de sus costos de mantenimiento y la necesidad de operaciones obligadas en niveles mínimos, que no arriesguen la estabilidad de estas centrales.

Actualmente, el Coordinador Eléctrico Nacional (CEN) de Chile despacha una cantidad importante de centrales a carbón a fin de abastecer la demanda residual del sistema. Sin embargo, una buena parte de estas centrales, en los bloques de mayor abundancia de generación de ERV, no serán necesarias. Las limitaciones operacionales de las centrales a carbón derivan en que esas termoeléctricas deberán operar en sus niveles mínimos permitidos, con un consumo específico de combustible superior al normal y con un costo variable de operación por encima del costo marginal del sistema. A ello se agregan las mayores emisiones de contaminantes locales y de carbono por unidad de energía generada.

Por su parte, los mayores costos de mantenimientos de las centrales termoeléctricas, causados por los ciclados, no son representados adecuadamente en los costos evitables de operación, los llamados costos variables no combustibles (CVNC) dependen de la modalidad en la que opere la central. Normalmente se han calculado considerando una operación de la central en base, es decir, operando a su capacidad nominal la mayor parte del tiempo y considerando un número determinado de ciclados en el año, sin embargo, con una alta penetración de ERV esta situación cambia, pues el número de ciclados y la magnitud de los gradientes de potencia que involucran dependerán de las características de la ERV que se integre al sistema y de cuán significativa sea la potencia que ingresa. Si los generadores no pueden recuperar todos estos costos adicionales, esta situación conlleva el riesgo de que los

generadores no realicen los necesarios mantenimientos, reduciendo con ello la confiabilidad de la operación de estas centrales.

Adicionalmente, y dada la naturaleza incierta de las ERV, conservar el balance entre oferta y demanda en la red requiere mantener mayores reservas de energía en base a otras tecnologías gestionables, ya que resulta difícil prever la magnitud de la generación de las ERV con una anticipación superior a algunas horas. Por eso, el CEN debe programar reservas adicionales, en giro y frías, capaces de responder con prestancia a desviaciones de la generación de la ERV respecto del programa diario de operación.

Al igual que los costos de las operaciones obligadas, los costos de las reservas son asumidos por los generadores en su rol de comercializadores, a prorrata de sus retiros de energía. Cabe señalar que la nueva propuesta de reglamento de servicios complementarios diferencia la operación obligada por razones de entrega de reserva, en este caso, el costo formaría parte del precio de oferta del generador por dar este servicio.

Según Kumar et al. (2012), los costos de los ciclados se suelen clasificar en costos de corto y largo plazo (figura 1). Los primeros se refieren a costos de combustibles involucrados con las partidas de la unidad, emisiones adicionales, principalmente de contaminantes locales y pérdidas de eficiencia por operaciones por debajo de su capacidad nominal. Los costos de largo plazo, por su parte, se refieren a los daños caudados por el estrés que provocan los esfuerzos termodinámicos en los diferentes componentes mecánicos del ciclo térmico.

Por otra parte, en PSR y Moray (2018) clasifican los costos asociados a los ciclados de las centrales termoeléctricas en costos directos, en donde incluyen los costos de combustibles de las partidas y de las emisiones adicionales, e indirectos, los que incluyen los esfuerzos termodinámicos asociados a los encendidos y apagados y al seguimiento de carga. Adicionalmente a esta clasificación, PSR y Moray (2018) incluyen en su análisis los costos por menor eficiencia y costos de oportunidad. Esta clasificación es equivalente a la de Kumar et al. (2012), con la diferencia de la adición de los costos de oportunidad.

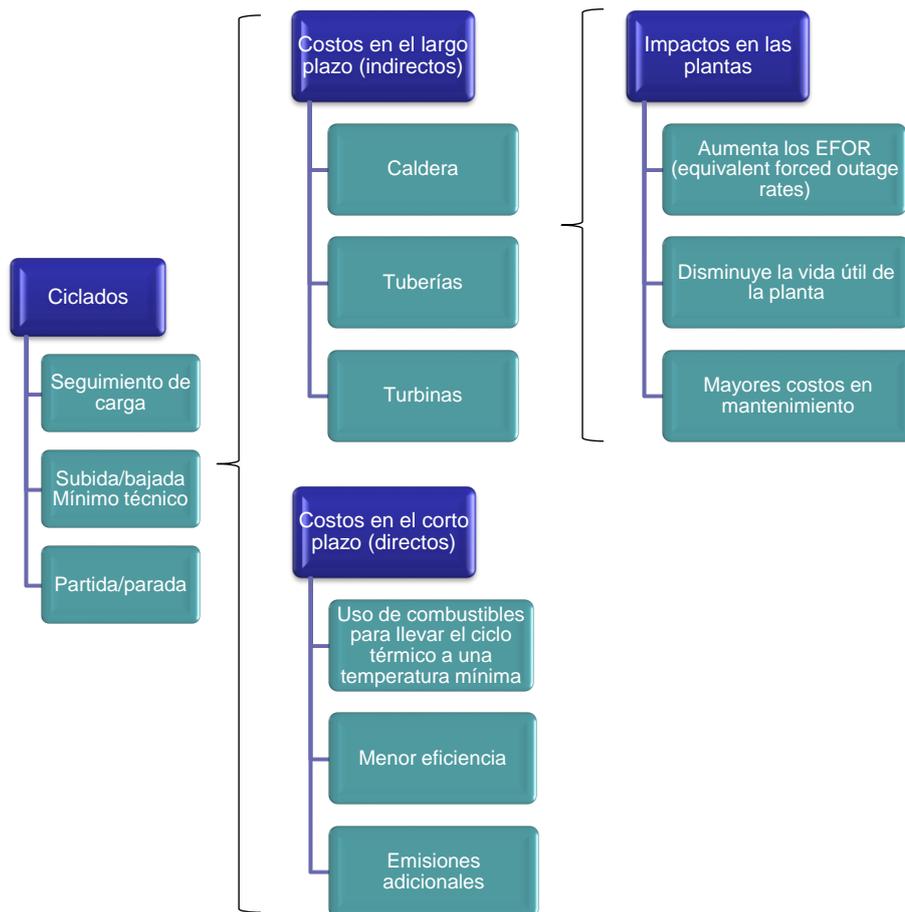


Figura 1: Costos de corto y largo plazo por la operación en cicladados.

A continuación, se describen en detalle estos costos.

3.1 Costos de operaciones en ciclado

Kumar et al. (2012), explica que el ciclado se refiere a la operación de unidades generadoras eléctricas en diferentes niveles de carga, incluyendo encendido/apagado, seguimiento de carga y operación a mínima carga, en respuesta a cambios en los requerimientos de carga del sistema.

Es así como el ciclado de las centrales conlleva un costo para el propietario de la central eléctrica. Van den Bergh et al. (2016) distinguen los costos de ciclado de corto y largo plazo. Los costos de ciclado de corto plazo se refieren a costos que son directamente visibles al hacer ciclar una central, como por ejemplo los costos de combustible en los que se incurre al poner en marcha una central.

Por su parte, los costos de ciclado de largo plazo se hacen visibles después de la operación y son el resultado de daños internos debido al desgaste. En efecto, cada vez que se apaga o enciende una central termoeléctrica, la caldera, las líneas de vapor, la turbina y los componentes auxiliares pasan por un gran estrés que inevitablemente termina causando

daños en el largo plazo. Este daño empeora para los componentes de alta temperatura por el fenómeno conocido como interacción fluencia-fatiga.

Si bien los aumentos relacionados con el ciclo en las tasas de falla pueden no notarse de inmediato, los componentes críticos eventualmente comenzarán a fallar y provocarán costos adicionales. Lefton et al. (1996) señalan que las menores expectativas de vida útil de los componentes darán como resultado aumentos en las tasas equivalentes de interrupción forzada (EFOR por sus siglas en inglés) de la central, o bien, mayores costos de capital y mantenimiento para reemplazar los componentes que se encuentren en el final de su vida útil o cerca de ésta. Además, se disminuirá la vida útil de la central. La rapidez con la que ocurrirán estos efectos perjudiciales dependerá de la cantidad, tipos y frecuencia de los ciclos.

Si bien, un ciclado se refiere a cualquier tipo de variación en el nivel de generación de una unidad termoeléctrica, los más relevantes son los ciclos de partidas y paradas, pues, son los ciclos más bruscos a los que está expuesta una unidad de este tipo y que se suelen representar como una función de las partidas de las centrales. Si bien, no hay consenso en la literatura respecto de la forma de modelar estos costos, se suele usar una curva linealmente creciente. Notar que esta curva también podría ser no lineal.

La figura 2 ilustra una curva con los costos de los ciclos expresados en términos de las partidas de la unidad. La curva muestra costos linealmente crecientes (β representa la pendiente de la curva), y que incluye costos de corto plazo constantes, principalmente costos de combustibles y los costos de largo plazo, que representan los desgastes de la unidad termoeléctrica, los cuales son crecientes en la medida que aumentan las partidas de la central. Por su parte, los costos por seguimiento se refieren a los costos de los ciclados, pero acotados a cambios en el nivel de generación de la unidad, también suelen modelarse mediante expresiones lineales.

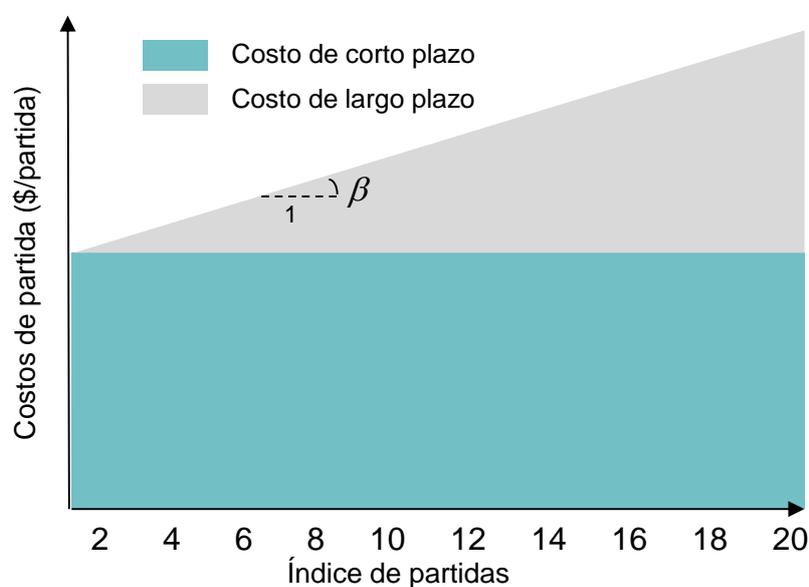


Figura 2: Curva de costos de partida.

3.1.1 Costos de corto plazo de los ciclados

Los costos de corto plazo de los ciclados abarcan principalmente los costos involucrados en la partida o encendido de una central.

En los costos de encendido se incluye el combustible usado en la partida, y el daño provocado por las emisiones y los servicios auxiliares necesarios para encender y detener la central.

PJM (2017) expresa los costos directos de encendido de una unidad termoeléctrica como:

$$C_{DE} = (C_{start} + C_{emi}) \cdot P_{Max} \left[\frac{\$}{Partida} \right] \quad (1)$$

Dónde:

C_{DE} : Costo directo de encendido, en \$ por partida.

C_{start} : Costo asociado a la cantidad de combustible utilizado en cada proceso de encendido [\$/MW].

C_{emi} : Costo asociado a la cantidad de emisiones emitidas en cada proceso de encendido [\$/MW]

P_{Max} : Potencia máxima bruta de la unidad [MW].

Por su parte en CNE (2015) se incluye el detalle de la determinación de los parámetros para los procesos de partida y detención de las centrales. En donde se describen las definiciones para los distintos modos de partida y detención. Los parámetros necesarios para valorar estos costos se pueden obtener de la información entregada por las empresas generadoras al Coordinador Eléctrico Nacional (CEN), los cuales también fueron recopilados por PSR y Moray (2018).

Actualmente el CEN considera estos costos en la optimización de la programación diaria de la operación, sin embargo, estos costos no son considerados en la determinación del costo marginal, y son pagados directamente al generador por las empresas que realicen retiros en la forma de un pago lateral.

3.1.2 Costos de largo plazo de los ciclados

Existe una extensa literatura que vincula el ciclado de las centrales eléctricas y la acumulación de daños en sus componentes. Los cambios térmicos y de presión que ocurren dentro de una central eléctrica durante cambios bruscos en sus niveles de generación, dan como resultado diferentes daños a los que a menudo se hace referencia con el término general de uso y desgaste. Es así que los daños que juegan un rol en los ciclados son, entre otros, fluencia, fatiga, erosión y corrosión⁶. Sin embargo, hay relativamente poca información pública sobre los costos relacionados con estos impactos.

⁶ Para más información respecto del vínculo entre el ciclado de centrales y la acumulación de daños en sus componentes, se recomienda ver: Elliot, Chen, y Swanekamp (1998), Drbal, Westra, y Boston (2012), Starr

Según Lefton y Besuner (2006), los daños inducidos por un ciclado permanente y prolongado en el tiempo, resulta en costos adicionales de mantenimiento. Por ejemplo, las partidas rápidas requieren procedimientos de mantenimiento más frecuentes que las partidas lentas. Esto se refleja en los criterios de mantenimiento. Por ejemplo, Balevic et al. (2010) muestran que en las turbinas a gas y en los ciclos combinados, un arranque rápido causa daños equivalentes varias partidas estándares.

Representar con precisión estos costos de mantenimiento a largo plazo en las decisiones operativas es un desafío importante en el modelado de “unit commitment”. Troy et al. (2012) implementaron un costo de partida dinámico e incremental que depende de las decisiones de operación de las centrales. Para el caso de las centrales a gas Rodilla et. al (2014) ampliaron el trabajo de Lefton y Besuner (2006) haciendo uso de acuerdos de mantenimiento de largo plazo (LTSA por sus siglas en inglés) en el caso particular de turbinas de gas y vapor. Un LTSA es un contrato entre el fabricante de la planta de energía y el propietario que garantiza el mantenimiento adecuado de la turbina de gas y vapor durante un período prolongado sobre una base de un precio fijo. La frecuencia de mantenimiento estipulada en un LTSA dependerá del régimen operativo de la planta, lo que puede ser utilizado para calcular el costo de mantenimiento del período.

En esta línea, Hermans, Bruninx y Delarue (2018) proponen que los costos de los mantenimientos sean representados como una proporción del costo mayor de mantenimiento acordado en el LTSA (MOC por sus siglas en inglés), en función del número acumulado de partidas S_j y de las horas en que la unidad está operativa fh , con j los modos de partida y N_j el número total de modos de partida. Entonces, el mayor costo de mantenimiento se expresa como.

$$costos = \left(\sum_{j=1}^{N_j} \frac{S_j}{S_j^{max}} + \frac{fh}{FH^{max}} \right) \cdot MOC \text{ [\$]} \quad (2)$$

Kumar et al. (2012) proponen una modelación más sencilla y estiman los costos de largo plazo en base a una estadística elaborada a partir de las centrales termoeléctricas de los Estados Unidos. En dicho estudio, se presentan distintos factores que permiten determinar los costos indirectos de encendido y los costos por seguimiento de carga para centrales a carbón y a gas.

En ambos casos, estos costos no se incluyen en la optimización de la operación de las centrales del sistema que confecciona el Operador del Sistema, ni tampoco son remunerados a los generadores. Actualmente, la reglamentación sólo permite incluir en los costos variables no combustibles, los costos típicos asociados a los mantenimientos de las unidades que guarden relación con la operación, sin embargo, no se incluyen los desgastes asociados a esfuerzos termodinámicos de las unidades como resultados de frecuentes ciclados.

(2003), Holdsworth, Mazza, Binda y Ripamonti (2007), Denny y OMalley (2009), Seifert y Riede (2010), Nagesha et al. (2010) y Holmstrom y Auerkari (2013).

3.1.2.1 Ciclos de partida

El estudio de Kumar et al. (2012) entrega resultados de los costos de los ciclados distinguiendo por ciclo de partida y según el estado previo a la operación (frío, tibio o caliente). Para las unidades a carbón los resultados también dependen de si es supercrítica o subcrítica, además del rango de tamaño. Para las unidades a gas, la distinción depende del modo de operación y el tipo de turbina.

Es así que los costos indirectos de partida de una unidad a carbón y gas se pueden expresar como:

$$C_{IE} = P_{Max} \cdot C\&M \left[\frac{\$}{\text{ciclado}} \right] \quad (3)$$

Dónde:

C_{IE} : Costo indirecto de encendido, en \$ por tipo de ciclado. Se consideran sólo costos asociados a unidades a carbón y gas.

$C\&M$: CAPEX y mantenimiento adicional por tipo de ciclado, los cuales dependen del estado previo de la unidad.

P_{Max} : Potencia máxima bruta de la unidad [MW].

PSR y Moray (2018) aplicaron esta metodología en su estudio y clasificaron a cada unidad del Sistema Eléctrico Nacional (SEN) de acuerdo a las siguientes categorías:

- Pequeñas unidades a carbón subcríticas (35-299 MW),
- Grandes unidades a carbón subcríticas (300-900 MW),
- Unidades a gas de ciclo combinado (CT-ST y HRSG),
- Unidades a gas de ciclo simple (large frame CT) (GE 7/9, N11, V94.3A, 501 y modelos similares),
- Unidades a gas de ciclo simple aero-derivativas CT (LM 6000, 5000, 2500 y modelos similares),
- Unidades a gas (50-700 MW),
- Alguna de las anteriores que pueda ser clasificada como unidad con bajo costo de ciclaje, debido a su diseño específico y/o procedimientos de operación.

También consideraron el rango de tiempo en que las distintas unidades del SEN se considera que permanecen en estado tibio, por tecnología y en horas.

Los costos de largo plazo por los ciclos de partida de unidades generadoras no se incluyen en la optimización de la operación de las centrales del sistema, ni tampoco son remunerados.

3.1.2.2 Ciclos de seguimiento de carga

Tal como se señaló anteriormente, el seguimiento de carga es un tipo de ciclado que se relaciona con las variaciones de carga de una central provocadas por las variaciones en el consumo del sistema.

Según Kumar et al. (2012) pueden existir seguimientos significativos o superficiales. Los seguimientos significativos se refieren a las rampas de carga que superen el rango de 15% a 20% de su capacidad bruta. En rigor los costos de las rampas dependen de su severidad, en cuanto a magnitud y rapidez, sin embargo, de manera similar al caso de las partidas, los autores calculan los costos promedio por seguimiento unitarios para centrales a carbón y gas según:

$$C_s = P_{Max} \cdot C_{ramp} \left[\frac{\$}{Evento} \right] \quad (4)$$

Dónde:

C_s : Costo por seguimiento, en \$ por evento. Se consideran sólo costos asociados a unidades a carbón y gas. Por otra parte, estos costos consideran sólo las rampas que superan un 20% de la capacidad bruta para cada unidad,

C_{ramp} : Corresponde al costo de seguimiento normalizado por la capacidad bruta, diferenciado por tipo de unidad térmica, el cual se expresa en \$ por MW de capacidad,

P_{max} : Potencia máxima bruta de la unidad [MW].

PSR y Moray (2018) también aplicaron esta metodología y determinaron el valor de C_{ramp} para cada unidad del sistema central del SEN.

De igual modo al ítem anterior, estos costos no se incluyen en la optimización de la operación de las centrales del sistema, ni tampoco son remunerados.

3.1.3 Costos por menor eficiencia

Ante escenarios con mayor penetración de energías renovables de fuente variable, se espera que el sistema deba poseer una mayor reserva en giro puesto que deben aportar en el control primario y secundario de frecuencia. Esto implica que existan más unidades operando en puntos menores de eficiencia, lo que se traduce en costos adicionales para las unidades generadoras, también denominados costos por menor eficiencia.

Cabe mencionar que en Chile se presenta un problema adicional, que es aproximar las curvas de eficiencia de las unidades a tramos discretos, lo que repercute en que los costos incurridos por el uso de combustible no son completamente capturados en el costo variable de operación.

Por su parte, PSR y Moray (2018) calculan el costo de eficiencia para cada hora de simulación y para todas las unidades a carbón y gas esta descrito por la siguiente ecuación:

$$C_{E,i} = [CE(P_{neta,i}) - CE(P_{neta,i} + R_i)] \cdot P_{neta,i} \cdot CC [\$] \quad (5)$$

Dónde:

$C_{E,i}$: Costo de eficiencia de la unidad en la hora i , en \$. Se consideran solo costos asociados a carbón y gas.

CE : Curva de consumo específico de combustible para la central, en función de su generación.

$P_{neta,i}$: Generación neta de la unidad en la hora i , en MWh.

R_i : Monto de reserva que aporta la unidad en la hora i , en MWh

CC : Costo de combustible para el año respectivo.

Los costos por menor eficiencia son recogidos en los modelos de despacho al considerar consumos específicos en diferentes niveles de operación de las centrales termoeléctricas, no requiriéndose modelaciones adicionales a las ya existentes.

3.1.4 Costos de oportunidad

Para proveer reserva en giro una central debe operar a niveles por debajo de su potencia nominal. Al entregar reserva al sistema, deja de vender parte de su energía e incurre en un costo de oportunidad.

Según Eller, D. (2017) estos costos son aplicables en casos donde la unidad se encuentre operando y tenga disponibilidad de reserva en giro y, a su vez, no sea la unidad que margina en el sistema. Estos costos se pueden expresar como

$$C_o = (P_{neta,i} + R_i) \times (CMG_i - CV \times (P_{neta,i} + R_i)) - P_{neta,i} \times (CMG_i - CV(P_{neta,i})) \quad (6)$$

$$CV(x) = CC \cdot CE(x) + CVNC$$

Dónde:

C_o : Costo de oportunidad, en \$. Se calcula en los casos que la unidad este despachada y tenga disponible reserva en giro para aumentar la generación y, a su vez, no sea la unidad que esté marginando en el sistema.

CE : Curva de consumo específico de combustible para la central, en función de su generación x , en unidad de combustible por MWh.

R_i : Monto de reserva que aporta la unidad en la hora i , en MWh,

CC : Costo de combustible para el año respectivo,

$P_{neta,i}$: Generación neta de la unidad en la hora i , en MWh,

CV : Costo variable de la unidad, en función de la generación en la hora i , en \$/MWh,

$CVNC$: Costo variable no combustible en \$/MWh,

CMG_i : Costo marginal en la barra de inyección de la central en la hora i , en \$/MWh.

Los costos de oportunidad de las centrales que dan reserva están siendo recogidos en la regulación de servicios complementarios de red, de modo que, en este trabajo, no se considerará una modelación particular de estos costos.

3.2 Representación de los costos de ciclado en los modelos de Unit Commitment

El impacto de las operaciones de ciclado implica que la decisión de poner en marcha una central en el presente, puede afectar los costos que una central enfrentará en el futuro.

Kumar et al. (2012) y Hermans, Bruninx y Delarue (2018) muestran los ahorros en costos que se pueden lograr cuando los costos de los ciclados, tanto a corto como a largo plazo, se tienen en cuenta adecuadamente en los modelos que programan la generación de las centrales, especialmente en un sistema con una gran proporción de energías renovables intermitentes. Principalmente Kumar et al. (2012) cuantifican y parametrizan estos costos, los que crecen en la medida que es mayor el número de ciclados. Sin embargo, no es sencillo dar cuenta de los costos de ciclado de largo plazo en los modelos de Unit Commitment (UC), pues involucra costos no convexos.

En la literatura, los costos de ciclado han sido incluidos en los modelos de UC a través de variables enteras, quedando una programación entera mixta (MIP)⁷. La inclusión de las variables enteras en los modelos de UC permite capturar la naturaleza discreta de las decisiones relacionados con las operaciones de ciclados.

En particular, y sin perder generalidad, las soluciones se han centrado en incorporar los costos de partida, es así que existen tres maneras de considerar estos costos:

1. Costos de arranque estáticos. En este caso el costo de arranque estático se mantiene constante en el análisis de UC.
2. Costos de arranque dinámicos. El costo de arranque es actualizado de acuerdo a los estados previos de la unidad.
3. Costos de arranque recalculados de modo iterativo. Metodología propuesta por Van den Bergh et. al (2016), en donde se plantea una forma iterativa de incorporar los costos de arranque en los modelos de UC.

3.2.1 Costos de arranque constante o estático

Los costos de arranque constantes son definidos como:

$$C_{i,t}^{start} = STC_i v_{i,t} \forall_{i,t} \quad (7)$$

Con,

⁷ En inglés Mixed Integer Programming.

C_{start} : Costo de arranque de la planta i en un periodo de tiempo t ,

STC_i : Costo de arranque en el corto plazo, de la planta i en [\$/partida]

$v_{i,t}$: Estado de operación de la planta i en el tiempo t .

3.2.2 Costos de arranque dinámicos

Troy (2012) plantean un costo de arranque variable en el tiempo, es decir, que dependa del estado de operación anterior de la planta. Lo cual queda formulado en las ecuaciones a continuación:

$$C_{i,t}^{start} = STC_i v_{i,t} + LTC_{i,t} \forall_{i,t} \quad (8)$$

$$0 \leq LTC_{i,t} \geq (n_{i,t}^{start} - 1)\beta_i - M(1 - v_{i,t}) \forall_{i,t} \quad (9)$$

$$n_{i,t}^{start} \geq n_{i,(t-1)}^{start} + v_{i,t} \forall_{i,t} \quad (10)$$

LTC_i : Costo de arranque de largo plazo variable en el tiempo, de la planta i en el periodo de tiempo t ,

$n_{i,t}^{start}$: Índice del costo de arranque de la planta i en el periodo de tiempo t ,

β_i : Representa la pendiente de la curva de costos de arranque de la planta i . En \$/Partida.

M : Es una constante.

Donde β_i se asume como el 5 % de los costos de arranque de corto plazo asociados a la planta i .

3.2.3 Metodología de Van den Bergh et. al (2016)

El nuevo enfoque propuesto por los autores consiste en un procedimiento iterativo resumido en la Figura 3:

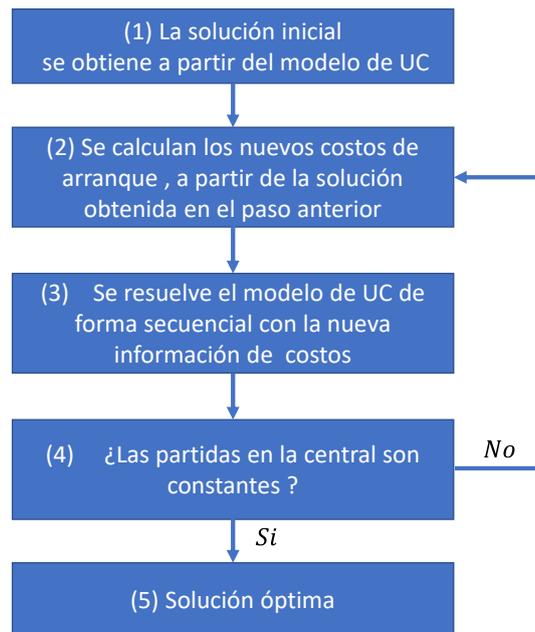


Figura 3: Diagrama de flujo que ilustra un enfoque iterativo en el cálculo de los costos de ciclados en un modelo UC.

En primer lugar se resuelve el problema de largo plazo a través de un modelo UC resolviendo en forma secuencial las optimizaciones de corto plazo. Aquí es donde se incorporan los costos de arranque de corto plazo modelados en la ecuación 7. Con lo anterior ya se puede calcular el nuevo costo de arranque estático, dividiendo los costos totales de arranque de la planta i por el total de partidas de la misma planta, como se expresa a continuación:

$$SUC_i^k = \frac{(STC_i + 0.5\beta_i + \sum_y v_{i,t}) \sum_t v_{i,t}}{\sum_t v_{i,t}} \quad (11)$$

$$SUC_i^k = STC_i + 0.5\beta_i \sum_t v_{i,t} \quad (12)$$

Donde SUC_i^k es el costo de arranque estático de la planta i en la iteración k .

Posteriormente se ejecuta el modelo de UC con los costos de arranque estáticos actualizados y se verifica si la solución converge.

Si el número de partidas de la planta se mantiene constante en dos corridas del modelo UC en forma consecutivas la solución es óptima y finaliza el proceso. Si no, el ciclo iterativo continúa.

Si bien este enfoque dinámico es bastante más preciso que el más simple con costos de arranque estático, su complejidad lo haría poco aplicable a problemas diarios de UC como los que enfrentan los operadores de sistemas eléctricos.

3.3 Nuevo procedimiento del Coordinador Eléctrico Nacional de Chile

El CEN publicó recientemente un borrador de procedimiento, en el cual se definen los Costos Variables no Combustibles (CVNC) de las unidades termoeléctricas, como la suma del Costo Variable de Mantenimiento (CVM) y del Costo Variable Operacional no Combustible (CVONC).

El CVM incluye una estimación de los costos de mantenimiento de la unidad durante su vida útil, y los reparte en sus horas de operación, las que incluyen una estimación de las partidas de la unidad, en función del período anterior a la declaración del CVM, llegando así a un valor expresado en dólares por MWh.

Si bien, el CEN con esta nueva modalidad trata de dar cuenta de los costos de mantenimiento, según las horas equivalentes de partida, la afectación no es completamente directa, pues, no se incluye un costo directo de desgaste, expresado en dólares por MW, según se sugiere en Kumar et al. (2012).

Con relación al CVONC, este valor tampoco incluye el costo de los combustibles necesarios en la partida de la unidad, pues, sólo se refiere a componentes adicionales y necesarios en la operación de la unidad, tales como lubricantes, agua de refrigeración, y filtros de combustibles, entre otros.

4 EXPERIENCIA INTERNACIONAL

Un resultado clásico en la teoría económica establece que una asignación de bienes en una economía entre productores y consumidores que maximiza la suma de los excedentes del consumidor y productor puede ser descentralizada, definiendo un conjunto lineal de precios para cada bien. En concreto, si los consumidores pueden comprar todo lo que quieran y los productores pueden vender todo lo que quieran a estos precios, entonces todos los productores y consumidores encontrarán, en base a su propia decisión de interés unilateral, las cantidades a producir y consumir de cada bien que maximiza la suma de los excedentes tanto de los consumidores como de los productores. Un supuesto clave para la validez de este resultado es que las curvas de oferta de los productores y el conjunto de preferencias de los consumidores sean convexas. Para el caso de los productores, este supuesto descarta la presencia de costos fijos requeridos para comenzar la producción y niveles discretos o bloques de producción.

Si bien, la problemática de los costos convexos ha involucrado principalmente a las centrales termoeléctricas, en la literatura también se ha abordado el problema de no convexidades en centrales hidroeléctricas, sin embargo, se ha enfocado principalmente en restricciones de riego y en el volumen como función de la cota, las cuales suelen ser no convexas. Por ejemplo, Pereira et al. (2016) presentan un enfoque basado en un método SDDP que integra restricciones de riego no convexas en un problema de despacho. En otra aplicación Cerisola et al. (2012) también aplican la técnica SDDP en la modelación de la curva no convexa de producción de un embalse.

En el caso de los mercados mayoristas de electricidad, existen no convexidades en la producción. Esta característica se hace más importantes en la medida que aumenta la penetración de energías variables, por los mayores requerimientos de flexibilidad, como se describió en capítulo anterior: costos fijos para poner en marcha una unidad de generación; un período de costo sin carga cuando la unidad consume combustible pero no produce energía; hay también unidades de generación que sólo puede funcionar con un número finito de niveles de salida, por ejemplo, las unidades de arranque rápido a menudo solo funcionan a plena potencia o no funcionan en absoluto, lo que crea una no convexidad en el costo total para servir la demanda, porque algunas unidades de generación flexible deben disminuir su generación para dejar espacio para dicha unidad.

La presencia de estas no convexidades crea circunstancias en las que no es posible la solución de despacho eficiente utilizando precios lineales. En otras palabras, aquí no existe un conjunto de precios lineales a los cuales todos los participantes del mercado encuentran el nivel eficiente de producción, considerando su decisión unilateral de producir. Diferentes operadores del mercado han intentado resolver este problema de diferentes maneras. Algunos simplemente suponen que los propietarios de unidades de generación pueden alterar las ofertas para recuperar estos costos, que es el enfoque más comúnmente empleado fuera de los Estados Unidos, en los mercados no basados en costos y en donde los productores ofrecen sus niveles de producción y precios. En cambio, el enfoque más común en los mercados de Estados Unidos para abordar este problema es el “make whole payments”, en donde se compensa a cada unidad de generación con la diferencia positiva

entre los costos de arranque y parada y operación sin carga de la unidad menos la diferencia entre el precio del mercado y el costo variable ofrecido por el proveedor multiplicado por la cantidad de energía que la unidad produce, en un horizonte diario o un período sostenido de niveles positivos de producción.. Prácticamente la totalidad de los mercados estadounidenses están ahora buscando formas para que la fijación de precios marginales nodales minimice la magnitud de estos “make whole payments”.

Esta sección resume los diferentes enfoques que los operadores del mercado mayorista de electricidad han adoptado para abordar el problema de los precios con no convexidades en la producción. Los mercados analizados son California, ERCOT (Texas), PJM, ISO de Nueva Inglaterra, ISO de Nueva York, ISO de IDM Continental (MISO), Inglaterra, Australia, Nueva Zelanda y Singapur. Una regla general parece ser que cuanto mayor es el grado de optimización y planificación anticipada en el despacho de unidades de generación, más depende el mercado de los mecanismos explícitos que contabilizan estas no convexidades. Los mercados estadounidenses emplean el mayor grado de optimización antes del tiempo real. Los mercados que permiten a los propietarios de unidades de generación tomar sus decisiones de despacho a través de las denominadas ofertas simples: energía y cantidad; no intentan explícitamente contabilizar estos costos en el proceso de fijación de precios. Este es el caso de Inglaterra, Australia, Nueva Zelanda y Singapur.

Para explicar estos diferentes enfoques, primero se plantea en la sección siguiente varios ejemplos que ilustran los problemas con la fijación de precios marginales nodales convencional cuando las unidades de generación tienen no convexidades y las alternativas que se han implementado en los mercados de Estados Unidos para reducir la magnitud de los “make whole payments”. En base a las alternativas ilustradas en los ejemplos, se efectúa una descripción de los métodos utilizados para hacer frente a las no-convexidades de producción en cada uno de los mercados enumerados anteriormente.

4.1 Enunciación del problema y posibles soluciones

Considere las siguientes tres tareas que debe llevar a cabo el operador del sistema:

1. Decisión de despacho de las unidades, que significa decidir qué unidades de generación se encenderán para operar durante un periodo determinado para atender la demanda en dicho período.
2. Decisión de los niveles de despacho de cada unidad, que implica establecer el nivel de potencia para cada unidad de generación encendida durante el período de despacho.
3. Decisión de fijación de precios que determina qué precio pagar a cada unidad de generación por su producción.

En el mundo de los costos de producción convexos, la decisión eficiente de despacho y fijación de precios se puede realizar de una vez simplemente minimizando el costo variable total para abastecer la demanda. Considere el siguiente ejemplo simple de dos unidades de generación y sin restricciones de transmisión: G1 con capacidad igual a 100 MW y un costo variable de 20 \$/MWh y G2 con capacidad igual a 80 MW y un costo variable de 100 \$/MWh. Suponga que la demanda es igual a 120 MWh. En este caso, la decisión de despacho

eficiente es encender ambas unidades de generación. El despacho eficiente (en el sentido de minimizar el costo de satisfacer la demanda) es de 100 MWh desde G1 y 20 MWh desde G2 y el precio eficiente es de 100 \$/MWh. El precio marginal es igual al aumento en el costo mínimo de servir la demanda asociado con el aumento de la demanda en un 1 MWh. Debido a que G1 está operando a su capacidad, G2 es la única unidad flexible, por lo que el aumento marginal en el valor de la función objetivo al aumentar la demanda en 1 MWh es de 100 \$/MWh.

Tenga en cuenta que establecer un precio de 100 \$/MWh descentraliza la solución eficiente. Si a G1 se le ofrece un precio de 100 \$/MWh, encontrará unilateralmente la maximización de ganancias produciendo 100 MWh y si a G2 se le ofrece un precio de 100 \$/MWh, no tiene ningún incentivo para desviarse de producir 20 MWh. Este ejemplo es una simple reformulación del resultado clásico en economía.

Ahora introduzca las siguientes no convexidades realistas en el problema: Suponga que G1 tiene un nivel mínimo de producción (P_{min}) de 10 MW y su nivel máximo de salida (P_{max}) sigue siendo de 100 MW. Por su parte, G2 tiene un costo de partida de \$800 y una P_{min} = 50 MW y P_{max} permanece en 80 MW. En este caso, hay dos fuentes de no convexidades: primero, ambas unidades tienen un rango limitado de potencia de salida. En segundo lugar, hay un costo inicial para operar G2. Para este problema, el compromiso eficiente de satisfacer la demanda de 120 MWh aún debe encender G1 y G2. El despacho eficiente ahora es de 70 MWh desde G1 y 50 MWh desde G2. Este resultado se produce porque G2 debe operar al menos 50 MW si está encendido, de modo que G1 debe disminuir para dejar espacio para este bloque de energía de G2. En este caso, el precio marginal es de 20 \$/MWh, porque G1 solo funciona a 70 \$/MWh y es la forma más económica de satisfacer el aumento de la demanda.

Tenga en cuenta que este precio no descentraliza la solución eficiente, porque si a G2 se le ofreciera un precio de 20 \$/MWh, perdería $\$800 + (100 \text{ \$/MWh} - 20 \text{ \$/MWh}) \times 50 \text{ MWh} = \$4,800$ si se encendiera y produjera energía. G1 aún estaría dispuesto a producir hasta 100 MWh a un precio de 20 \$/MWh. La forma típica en que los mercados de USA resuelven este problema es a través de un "make whole payments" que en este caso sería de \$4,800. Con este "make whole payments", G2 no tendría ningún incentivo para desviarse del despacho de 50 MWh.

Las preocupaciones sobre el tamaño de estos "make whole payments" y el hecho de que un precio de 20 \$/MWh desincentiva la respuesta de demanda o las inversiones en nueva generación han llevado a los operadores del mercado en los EE. UU. a considerar modificaciones al mecanismo de precio marginal estándar. Un cambio que se ha implementado es relajar las restricciones mínimas del nivel de generación en el algoritmo de fijación de precios. La solución de fijación de precios sería la solución óptima original: precio marginal de 100 \$/MWh, y un despacho inviable de 100 MWh para G1 y 20 MWh para G2.

En consecuencia, la mayoría de los operadores del mercado de EE. UU. siguen un proceso de dos pasos que despacha primero los niveles y luego determina los precios. Los niveles de despacho se establecen en función del despacho factible eficiente, y los precios se establecen relajando las restricciones de generación mínima de las unidades. En este caso,

G1 produciría 70 MWh y G2 50 MWh. A ambos se les pagaría 100 \$/MWh. Este precio no descentraliza el envío óptimo para G1 o G2, por diferentes razones. Para el caso de G2, no cubre su costo inicial de \$800. G2 preferiría no operar, por lo que requiere un "make whole payments" de \$800. En realidad, G1 preferiría producir 100 MWh a un precio de 100 \$/MWh, porque eso le generaría mayores ganancias que producir a 70 MWh.

El operador del mercado tiene dos opciones para lidiar con esta circunstancia para G1. Puede penalizar a G1 por no seguir las instrucciones de despacho del operador del mercado de 70 MWh, o G1 puede recibir un pago de "costo de oportunidad perdido" de $(100 \text{ \$/MWh} - 20 \text{ \$/MWh}) \times 30 \text{ MWh} = \$2,400$ que lo compensaría por las ganancias perdidas de producir a 70 MWh en lugar de 100 MWh. En este caso la suma de los pagos laterales a G1 y G2 es de \$ 3,200, que es inferior a los \$4,800 obtenidos bajo la solución de precios marginales que no relajan las restricciones de operación mínima, pero el pago de la demanda aumenta, por la ganancia de la central inframarginal.

Un tercer enfoque de fijación de precios intenta minimizar la magnitud de estos pagos específicos de la unidad mediante la asignación de una porción por unidad del costo inicial en el costo variable de la unidad en la ejecución de la fijación de precios. Esto puede hacerse de varias maneras. Un enfoque común es establecer la asignación por unidad del costo inicial en el costo variable de la unidad igual al costo inicial dividido por la capacidad de la unidad, en este caso $\$800 / 80 \text{ MWh} = 10 \text{ \$/MWh}$. Esto implica que el costo variable de G2 a los efectos de la ejecución de precios es de \$ 110, lo que implica un precio marginal de 110 \$/MWh. En este caso, G2 obtendría ingresos de \$5,500 y tendría costos de \$5,800, por lo que su "make whole payments" sería de \$300. G1 necesitaría recibir un "pago de costo de oportunidad perdido" de $(110 \text{ \$/MWh} - 20 \text{ \$/MWh}) \times 30 \text{ MWh} = \$2,700$ para no querer desviarse de 70 MWh. Este mecanismo reduce los pagos totales fuera del mercado a \$3,000, pero aumenta el pago de la demanda en \$1,000 respecto al caso anterior.

Otro enfoque es utilizar el nivel de despacho factible eficiente para calcular la asignación por unidad de los costos iniciales. En este caso, el costo variable de G2 para la ejecución de precios sería de $\$800 / 50 \text{ MWh} + 100 \text{ \$/MWh} = 116 \text{ \$/MWh}$. El precio de compensación del mercado sería de \$116 y G2 no requeriría ningún "pago total" porque sus ingresos y costos son de \$5,800. Sin embargo, G1 necesitaría pagar el costo de oportunidad perdido de no producir 100 MWh, que es $(116 \text{ \$/MWh} - 20 \text{ \$/MWh}) \times 30 \text{ MWh} = \$2,880$, que es menos de \$ 3000, pero aumenta el pago de la demanda en \$600 respecto al último caso.

Si no se consideran costos de oportunidad, el comportamiento es el mismo, pero los montos de MWP se reducen llegando a cero en el último caso.

Las tablas siguientes resumen los distintos enfoques analizados, considerando costos de oportunidad y sin considerar costos de oportunidad:

Tabla 1: Distintos enfoques para make whole payments y modificación en los costos variables, con costos de oportunidad.

Item	Unidad	Make whole payment		Make whole payment +Relajación restricción generación mínima+ Costos de oportunidad		Make whole payment +Relajación restricción generación mínima+ Costos de oportunidad +ΔCosto variable (pot máxima) ¹		Make whole payment +Relajación restricción generación mínima+ Costos de oportunidad +ΔCosto variable (despacho) ²	
		G1	G2	G1	G2	G1	G2	G1	G2
Capacidad	MW	100	80	100	80	100	80	100	80
Restricción operación mínima	MW		50		50		50		50
Despacho	MWh	70	50	70	50	70	50	70	50
Potencia excedente	MWh	30	30	30	30	30	30	30	30
Costo variable	\$/MWh	20	100	20	100	20	100	20	100
Precio energía	\$/MWh	20	20	100	100	110	110	116	116
Costo oportunidad unitario	\$/MWh	0	0	80	0	90	0	96	0
Ingresos	\$	1400	1000	7000	5000	7700	5500	8120	5800
Costo de partida	\$		800		800		800		800
Costo total	\$	1400	5800	1400	5800	1400	5800	1400	5800
Costo de oportunidad	\$	0	0	2400	0	2700	0	2880	0
Make whole payment	\$	0	4800	2400	800	2700	300	2880	0
Beneficio Generador	\$	0	0	8000	0	9000	0	9600	0
Pago de la Demanda	\$	7200		15200		16200		16800	
Make whole payment	\$	4800		3200		3000		2880	

Notas

¹ Costo de partida incluido en costos variables a prorrata de la potencia máxima de la central

² Costo de partida incluido en costos variables a prorrata de la potencia óptima de despacho que resulta del unit commitment.

Tabla 2: Distintos enfoques para make whole payments y modificación en los costos variables, sin costos de oportunidad.

Item	Unidad	Make whole payment		Make whole payment +Relajación restricción generación mínima		Make whole payment +Relajación restricción generación mínima +ΔCosto variable (pot máxima) ¹		Make whole payment +Relajación restricción generación mínima +ΔCosto variable (despacho) ²	
		G1	G2	G1	G2	G1	G2	G1	G2
Capacidad	MW	100	80	100	80	100	80	100	80
Restricción operación mínima	MW		50		50		50		50
Despacho	MWh	70	50	70	50	70	50	70	50
Potencia excedente	MWh	30	30	30	30	30	30	30	30
Costo variable	\$/MWh	20	100	20	100	20	100	20	100
Precio energía	\$/MWh	20	20	100	100	110	110	116	116
Costo oportunidad unitario	\$/MWh	0	0	80	0	90	0	96	0
Ingresos	\$	1400	1000	7000	5000	7700	5500	8120	5800
Costo de partida	\$		800		800		800		800
Costo total	\$	1400	5800	1400	5800	1400	5800	1400	5800
Costo de oportunidad	\$	0	0	0	0	0	0	0	0
Make whole payment	\$	0	4800	0	800	0	300	0	0
Beneficio Generador	\$	0	0	5600	0	6300	0	6720	0
Pago de la Demanda	\$	7200		12800		13500		13920	
Make whole payment	\$	4800		800		300		0	

Notas

¹ Costo de partida incluido en costos variables a prorrata de la potencia máxima de la central

² Costo de partida incluido en costos variables a prorrata de la potencia óptima de despacho que resulta del unit commitment.

Un último tema se refiere a la decisión de dejar que los recursos de generación no despachados fijen precios. Por lo general, los mercados de liquidación múltiple solo permiten que las unidades despachadas (encendidas) establezcan precios en el mercado en tiempo real. Esto significa que los costos no convexos (costos de partida parada, “no load costs”, entre otros) generalmente no se consideran al determinar el despacho o establecer precios en el mercado en tiempo real. Suponga que el mismo conjunto de condiciones prevalece en tiempo real como en el ejemplo anterior, pero ahora hay una oferta de demanda de \$1,000 por 30 MWh. En un mercado donde las unidades apagadas no pueden establecer el precio en tiempo real, el despacho eficiente sería $G1 = 100$ MWh y se aceptarían 20 MWh de demanda sensible al precio. El precio sería 1,000 \$/MWh. Sin embargo, si las unidades apagadas pudieran establecer el precio, entonces G1 vería un precio de 100 \$/MWh con un despacho inviable en tiempo real de $G1 = 100$ y $G2 = 20$. En este caso, no habría “make whole payments” porque G1 obtiene una ganancia de \$8,000 y G2 no opera bajo el despacho factible eficiente. Sin embargo, debido a que una unidad fuera de línea puede establecer el precio en la ejecución de precios convexos, el precio es de 100 \$/MWh, en lugar de 1,000 \$/MWh.

Estos ejemplos ilustran el “trade-off” entre el intento de reducir los “make whole payments” y la complejidad del proceso de fijación de precios y la intuición de cuales debieran ser los precios resultantes a corto plazo. Debido a que una fijación de precios relajada que permite que las unidades discretas se traten como continuas, relaja las restricciones mínimas de producción y asigna una parte de los costos no convexos al costo variable de una unidad en la ejecución de precios, generalmente produce precios más altos, se cree que estos mecanismos fomentan la respuesta de la demanda y proporcionan incentivos de inversión más fuertes.

A medida que aumenta la proporción de recursos intermitentes en una industria de suministro de electricidad, es probable que disminuyan tanto el factor de capacidad como la duración promedio del período de despacho para los recursos de generación térmica. Esto implica que una mayor parte de los costos para los propietarios de unidades de generación térmica corresponderá a estos costos no asociados a un volumen de producción. En consecuencia, a menos que se adopten mecanismos de fijación de precios que limiten la cantidad de “make whole payments”, es probable que una parte cada vez mayor de los ingresos del propietario de la unidad de generación térmica provenga de estos “make whole payments”. Este temor ha llevado a muchos mercados estadounidenses a implementar muchos de los cambios en el mecanismo básico de fijación de precios LMP descritos anteriormente.

En conclusión, de lo descrito anteriormente puede verse que todos los mercados de USA utilizan pagos laterales, tratando de minimizar su valor mediante relajaciones en las restricciones, que lleven a los precios marginales originales sin restricciones no convexas. Cabe señalar que como ya se aclarara en el presente informe, todos estos son “make whole payments”, también denominados “uplifts”, debido a que incrementan el pago de la demanda, para poder cubrir los costos de los generadores. Como se verá a continuación,

todos los mercados de USA usan pagos laterales, y sólo MISO está en una fase experimental de modificación de precios marginales.

4.2 Enfoques para la contabilidad de las no convexidades en los EE.UU.

Esta sección examina los enfoques adoptados en los mercados mayoristas de EE. UU. para tratar las no convexidades en la producción. Todos los mercados de EE. UU. emplean una fijación de precios marginales de liquidación múltiple con un mercado “day ahead” y en tiempo real en el que los proveedores presentan ofertas de tres partes: costo de partida y parada, “no load costs” y una curva de oferta de energía. En consecuencia, si no se relajan las restricciones de operación mínima y no se amortizan parte de los costos no convexos en los costos variables de las unidades, los “make whole payments” podrían ser muy elevados debido a la creciente cantidad de recursos renovables variables en todos los mercados estadounidenses.

4.2.1 Despacho y precios

Todos los operadores del mercado de USA, excepto ERCOT, emplean un proceso de dos pasos que despacha primero los niveles y luego determina los precios. Los niveles de despacho se establecen en función del despacho factible eficiente, y los precios se establecen relajando las restricciones de generación mínima de las unidades.

ERCOT realiza implícitamente una ejecución de precios separada al tomar la solución al problema de despacho y calcular los precios marginales en esta solución, suponiendo que todas las variables discretas son continuas y, por lo tanto, son la solución a un problema convexo.

4.2.2 Relajación de restricciones de operación mínima

Todos los mercados de USA, excepto ERCOT, relajan las restricciones de operación mínima en la fase de fijación de precios. Como se señaló anteriormente, ERCOT relaja estas restricciones al calcular los precios marginales en la solución al problema de despacho.

4.2.3 Forma en cómo se incorporan los costos no convexos en los costos variables de las unidades

El ISO New England amortiza los costos no convexos de las unidades de rampa rápida dividiendo por la Potencia Máxima (P_{max}) de la unidad de generación en la ejecución de precios. Tanto el MISO como PJM amortizan estos costos sobre el nivel de producción dado por el despacho factible eficiente. CAISO amortiza solo el costo de generación mínima sobre P_{max} en la fijación de precios. El ISO de Nueva York solo amortiza los costos no convexos de las unidades fuera de despacho en el mercado en tiempo real.

4.2.4 Make whole payments

Todos los mercados de USA hacen “make whole payments” a las unidades de generación comprometidas en el mercado diario para recuperar los costos de oferta de la producción del despacho eficiente durante las 24 horas del día siguiente.

4.2.5 Pago de costos de oportunidad

Solo ISO New England y PJM actualmente proporcionan el pago del costo de oportunidad perdido a las unidades de generación de bajo costo. Todos los demás operadores del mercado estadounidense penalizan a la unidad de generación de bajo costo por desviaciones significativas del nivel de despacho factible eficiente.

4.3 Métodos de contabilidad para no convexidades fuera de los EE. UU.

Debido a que los mercados de Australia, Nueva Zelanda y Singapur son mercados de liquidación única en los que los proveedores se comprometen a sí mismos con sus unidades de generación, los proveedores solo envían curvas de oferta de energía al mercado en tiempo real. En consecuencia, los precios de compensación del mercado resultantes se calculan como la solución de un problema convexo. Se supone implícitamente que los proveedores incorporan estas no convexidades en sus curvas de oferta de energía, y por lo tanto no serían requeridos ni “make whole payments”.

Situación similar es para el mercado de electricidad del Reino Unido, que es un mercado de auto compromiso donde proveedores y cargas son libres de comercializar electricidad en una variedad de plataformas financieras con productos estandarizados y diseñados de forma individual hasta una hora antes del período de media hora en que se producirá la entrega de electricidad. Una hora antes de la entrega, lo que se llama “gate closure”, los participantes están obligados a presentar a la National Grid Company (NGC), el operador del sistema, despachos balanceados entre las unidades de generación que se utilizarán para cumplir con su carga programada dentro de ese período de liquidación de media hora. Ya que todos los participantes del mercado envían estos despachos balanceados, el sistema está en equilibrio. No existen disposiciones explícitas para la compensación de cualquiera de estas unidades de generación por sus costos de puesta en marcha, “no load costs” u otros costos.

Las unidades de generación y las cargas tienen un fuerte incentivo para seguir estos despachos porque la NGC corre un pago por lo ofrecido para resolver los desequilibrios en tiempo real y este mecanismo explícitamente penaliza las desviaciones de estos despachos finales. Durante cualquier período de media hora, la NGC pide unidades para subir y bajar dentro de la hora para mantener el equilibrio del sistema. Para todas las unidades de generación que reciben instrucciones para aumentar su producción, se les paga el precio promedio ponderado de las ofertas aceptadas. Para todas las unidades de generación que reciben instrucciones para reducir su producción, el precio de reducción es determinado de la misma forma anterior.

Debido a que el precio medio pagado para incrementar la producción puede ser muy superior al precio de reducción, existen fuertes incentivos para que las unidades de generación y cargas cumplan sus balances al “gate closure”. Otra razón para que esta diferencia de precios sea alta es que las unidades de partida rápida incorporan los costos de partida en los precios.

A continuación se presenta una tabla con el resumen de los métodos y enfoques descritos para cada mercado analizado.

Tabla 3: Resumen experiencias internacionales.

	Make whole payment	Modificación de precios	Relajación de restricciones de operación mínima	Costos no convexos incorporados en costos variables y forma de prorrata	Recuperación Costo de oportunidad	Comentario
Ercot (Texas)	No	No	No	Todas las no convexidades de las centrales en operación	No	Se asume que los generadores incorporan costos de no convexidad en sus ofertas y se resuelve un problema de despacho convexo
New England	Si	No	Si	Costos de partida y seguimiento de carga (a prorrata de potencia máxima)	Si	
MISO	Si	No	Si	Costos de partida y seguimiento de carga (a prorrata de potencia despachada)		
PJM	Si	No	Si	Costos de partida y seguimiento de carga (a prorrata de potencia despachada)		
Caiso	Si	No	Si	Costos de generación mínima (a prorrata de potencia despachada)		
New York ISO	Si	No	Si	Costos de partida y seguimiento de carga (sólo para centrales no convocadas en unit commitment)		
Resto US	No	No	No	Todas las no convexidades de las centrales en operación	No	Se asume que los generadores incorporan costos de no convexidad en sus ofertas y se resuelve un problema de despacho convexo
Reino Unido Australia Nueva Zelanda Singapur	No	No				Mercados de ofertas simples, se asume que los generadores incorporan costos de no convexidad en sus ofertas

Un punto importante es que todos los mercados que incorporan pagos de costos no convexos, en alguna de las formas analizadas, son mercados de oferta a diferencia de Chile que realiza su despacho en base a costos, sin embargo no se ve a priori problemas para incorporarlos al mercado chileno. Por otra parte, todos los mercados analizados si tienen el denominado “two-settlement” que corresponde a tener un despacho “day ahead” y un despacho en tiempo real. Si bien este tema no está directamente relacionado con el tema de los costos no convexos, más adelante en este informe se analizará esta característica que Chile no tiene, ya que sólo existe el mercado en tiempo real.

4.4 Ordenes de magnitud de los “make whole payments” en USA

A continuación se indica el valor en los últimos años de los “make whole payments” para distintas ISO de USA. Se debe tener en cuenta que, de acuerdo a lo explicado antes, estos valores no son directamente comparables, ya que, dependiendo de la ISO, incluyen diferentes conceptos.

Tabla 4: Valores históricos de MWP.

	Make whole payments		Demanda	Valor Unitario
	2017	2018	2018	2018
	US\$ millones		TWh	US\$/MWh
New England	51	70	123.3	0.57
MISO	143	37	700.8	0.05
PJM	127	199	791.1	0.25
Caiso	108	153	223.7	0.68
New York ISO	38	77	161.2	0.48

Se observa que en casi todas las ISO los valores unitarios de los MWP son menores a 1 US\$/MWh, verificándose además casos como MISO con una importante reducción entre el año 2017 y 2018, principalmente debido a los valores que se contabilizan en los MWP y a la gran variación que puede producirse dependiendo si se despachan unidades a mínimo técnico o no, situación que cambia día a día y año a año.

5 ANÁLISIS CONCEPTUAL

Como ya se indicara anteriormente, un resultado clásico de la teoría económica es que una asignación de bienes en una economía, en donde productores y consumidores maximizan sus excedentes puede ser descentralizada, definiendo un conjunto lineal de precios para cada bien. En concreto, si consumidores y productores pueden comprar y vender todo lo que quieran a estos precios, entonces encontrarán, unilateralmente en base a su propia decisión, las cantidades a producir y consumir de cada bien que maximizan sus excedentes.

Para el caso de los mercados de electricidad, los precios nodales eficientes que definen las decisiones de despacho de las unidades de generación, se pueden determinar minimizando el costo variable total de atender la demanda de electricidad en todos los nodos de la red de transmisión sujeto a todas las restricciones de transmisión y de operación relevantes, siempre y cuando todas las unidades de generación puedan despacharse continuamente entre su mínimo y máximo nivel de funcionamiento. Schweppe, Caramanis, Tabors y Bohn (1988) demuestran que el precio eficiente en cada nodo de la red es igual al aumento en el valor minimizado de la función objetivo como resultado de consumir un megavatio-hora (MWh) más de energía en ese nodo, valor conocido como costo marginal de energía en el nodo correspondiente.

Ahora bien, un supuesto clave para la validez de este resultado es que las curvas de oferta de los productores y el conjunto de preferencias de los consumidores sean convexas. Para el caso de los productores, este supuesto descarta la presencia de costos fijos requeridos para comenzar la producción y niveles discretos o bloques de producción.

En el caso de los mercados de electricidad, existen no convexidades en la producción que llegan a ser relevantes en la medida que aumenta la penetración de energías renovables variables, pues, implica la necesidad de una mayor flexibilidad en la operación de las centrales.

La presencia de estas no convexidades crea circunstancias en las que no es posible la solución de despacho eficiente utilizando precios lineales. En otras palabras, aquí no existe un conjunto de precios lineales a los cuales todos los participantes del mercado encuentran el nivel eficiente de producción, considerando su decisión unilateral de producir.

Los mercados de electricidad han intentado resolver este problema de diferentes maneras. Algunos simplemente asumen que los generadores pueden alterar sus ofertas y con ello recuperar estos costos, enfoque comúnmente empleado fuera de los Estados Unidos, en aquellos mercados basados en ofertas de producción y precios. En cambio, el enfoque más común en los mercados de Estados Unidos para abordar este problema es el “make whole payments”, en donde se busca compensar a cada unidad de generación con la diferencia positiva entre los costos no convexos, es decir: de arranque y parada y seguimiento sin carga de la unidad menos la diferencia entre el precio del mercado y el costo variable ofrecido por el proveedor multiplicado por la cantidad de energía que la unidad produce, en un horizonte diario o un período sostenido de niveles positivos de producción.

No hay una elección clara entre los distintos enfoques desde el punto de vista de eficiencia económica. El desarrollo de estos esquemas sugiere que la cuestión de los precios en los mercados con no convexidades sigue siendo hasta el día de hoy un desafío abierto en el campo de la economía, la investigación operativa y la ingeniería, existiendo una combinación de diseño de mecanismos, con implicancias prácticas importantes en la competencia del mercado y la regulación. Aunque la mayoría de estos esquemas nacen por buenas motivaciones y en general están ya bien descritos, hay resultados limitados sobre los efectos en los precios y su eficiencia económica. Además, no existe un estudio a fondo de estos esquemas, y las comparaciones existentes se limitan a las observaciones basadas en la experimentación numérica limitada, en su mayor parte, a ejemplos de referencia introducidos en Scarf (1994). Por lo tanto, se anticipa dificultoso sacar conclusiones generales.

En este capítulo se analizan los distintos enfoques, determinando las ventajas y desventajas, y cuales pueden implementarse de una mejor forma en Chile, considerando los aspectos económicos y de diseño del mercado chileno, como por ejemplo el despacho por costos, entre otros.

El presente análisis compara estos enfoques, desde el punto de vista de la eficiencia económica en un sistema eléctrico, esto es que la solución propuesta cumpla con:

- Objetivo A: un esquema remuneratorio que busque que los generadores tengan los incentivos a producir la energía requerida a mínimo costo, con especial énfasis en los requerimientos asociados al despacho de energía renovable variable y definir un esquema regulatorio que permita que en todo momento el suministro de energía eléctrica se realice en los niveles de confiabilidad exigidos y al menor costo para los usuarios.
- Objetivo B: Promover en el tiempo la oferta de producción suficiente y de calidad, asegurando su adecuada expansión en el mediano y largo plazo, principalmente a través de señales de eficiencia tanto técnicas como económicas. Ello conlleva a que necesariamente los prestadores de estos servicios puedan, en una ventana de tiempo dada, recuperar todos sus costos eficientes de inversión y operación de proveerlos y no existan precios confiscatorios.
- Objetivo C: Buscar una correcta asignación de los costos involucrados, en donde debería primar el principio básico de que el que causa el costo en el margen lo deba asumir.

El primer objetivo es proporcionar la energía que demandan los consumidores para suministrarla al menor costo posible. El segundo objetivo reconoce que una restricción a largo plazo para alcanzar el primer objetivo es la viabilidad financiera de los proveedores. Si estos proveedores no pueden recuperar el costo total (incluido el retorno del capital invertido) de proporcionar la demanda, ellos saldrán de la industria y el primer objetivo no se cumplirá. Por su parte, los consumidores exigen un nivel mínimo de confiabilidad de suministro para su electricidad, de modo que tanto el objetivo de minimizar lo que los consumidores pagan por su electricidad como la restricción de que los proveedores

obtengan ingresos suficientes para permanecer financieramente viables deben respetar esta condición de confiabilidad.

La Tabla siguiente muestra los enfoques actualmente en uso para lidiar con las no convexidades, siendo mayoritariamente usados en los mercados de USA.

Tabla 5: Esquemas para incorporar no convexidades en precios

Enfoque	Descripción
Integer Programming (IP) (O'Neill et al. 2005):	Este esquema formaliza matemáticamente el enfoque estándar de costos marginales + “make whole payments”. Se basa en la reformulación del problema MILP original como un LP mediante la sustitución de las restricciones no convexas por restricciones que fijan las variables enteras en sus valores óptimos, la resolución del LP, y el uso de las variables duales para fijar el precio de la energía y se enteran los pagos de las actividades que causan las no convexidades. Los precios de la IP permiten recuperar los costos para todos los proveedores. Una variante de los precios de la IP utilizado en la práctica permite a los proveedores recuperar el costo de oportunidad perdido. Esta variante se conoce como IP+.
Modified IP (mIP) (Bjørndal and Jörnsten 2008, 2010):	Este esquema modifica el esquema IP para generar precios más estables. Agrega restricciones adicionales a O'Neill et al. (2005), reformulando el LP fijando ciertas variables continuas en sus valores óptimos, según sea necesario. Estas variables se seleccionan tal que el LP reformulado se vea como un subproblema de Benders en el que las variables seleccionadas se mantienen fijas en sus valores óptimos, y el corte de Benders que se genera al resolver este subproblema es una desigualdad válida.
Minimum Uplift (MU) Convex Hull (CH) (Hogan and Ring 2003, Gribik et al. 2007):	Este régimen aumenta el precio por encima del costo marginal (“uplift”) y busca el mínimo aumento total para compensar a los proveedores de acuerdo a lo que fuera su decisión unilateral. El precio y los aumentos se determinan aproximando el costo acumulado no convexo del problema MILP original con una superficie convexa “convex hull”, resolviendo el problema de LP resultante, y utilizando las variables duales para poner precio a la energía y a las restricciones que provocaron las no convexidades.
Generalized Uplift (GU) (Motto and Galiana 2002, Galiana et al. 2003):	Este esquema aumenta el precio por encima del costo marginal y proporciona aumentos adicionales (“uplifts”) minimizados, multipartes, positivos o negativos que suman cero para el conjunto de proveedores. El precio y los aumentos se determinan resolviendo un problema de programación cuadrática que busca minimizar la raíz cuadrática de la suma de los valores al cuadrado de los aumentos en el precio.
Minimum Zero-Sum Uplift (MZU) (Liberopoulos & Andrianesis, 2015):	Este régimen aumenta el precio por encima del costo marginal y transfiere todos los pagos adicionales que los proveedores reciben como resultado del aumento de los precios, a los proveedores no rentables en forma de aumentos que suman cero para el conjunto, y que permita completar los pagos a un precio mínimo.
Average Cost (AC) (Van Vyve, 2011):	Este esquema busca el precio mínimo más adecuado para los ingresos con una asignación óptima. Este precio es el costo medio máximo de los proveedores. Propone un esquema de precios “uplift” de suma cero que tiene como objetivo minimizar la contribución máxima a la financiación de ellos, en un modelo en el que tanto los proveedores como los

Enfoque	Descripción
	compradores realizan ofertas. Este esquema es equivalente a los precios de AC, cuando la demanda es inelástica.
Semi-Lagrangean Relaxation (SLR) (Araoz and Jörnsten 2011):	Este esquema busca el menor precio para que los ingresos sean adecuados para las decisiones unilaterales de los proveedores. Este precio se determina formulando una SLR del problema MILP original mediante la semi relajación de la restricción de igualdad lineal de equilibrio de demanda y resolviendo el problema dual.
Primal-Dual (PD) (Ruiz et al. 2012):	Este esquema busca un precio eficiente que se determina relajando las restricciones no convexas del problema MILP para que se conviertan en un LP (primal), derivando su dual, formulando un nuevo LP que busca minimizar el “duality gap” de los LP primarios y duales, sujetos a restricciones primarias y duales, incorporando las restricciones no convexas junto con restricciones adicionales no lineales de ingresos. PD está algo relacionado con un enfoque para resolver problemas de complementariedad lineal mixta discretamente restringidos.

Fuente: Adaptación de Liberopoulos & Andrianesis, 2015

Como ya se indicara, todos estos esquemas presentan distintas características que se aproximan a una solución eficiente económicamente hablando, pero su eficacia dependerá de las características de los mercados: poder de mercado; mercados de oferta o no; dimensión de las no convexidades; penetración de Energías Renovables Variables (ERV); etc.

IP+ formaliza el enfoque estándar para hacer frente a las no convexidades, en particular en los mercados de la electricidad. Utiliza precios uniformes de costo marginal y “make whole payments”. IP+ puede generar precios volátiles cuando el costo total óptimo no es convexo, porque el precio IP+ requiere este costo. El esquema mIP reduce esta volatilidad evitando esta no convexidad, generando precios que no disminuyen con la demanda. El precio del mIP puede estar por debajo del costo marginal, en cuyo caso los “make whole payments” son más altos que en el marco de IP+. Los beneficios bajo mIP, sin embargo, permanecen iguales a los de IP+.

CH aumenta el precio por encima del costo marginal (“*uplift*”) para minimizar los pagos laterales discriminatorios. Esto crea una oportunidad para que el proveedor marginal aumente su beneficio eligiendo despachar a plena capacidad. Para cubrir el costo de oportunidad resultante, el precio CH puede terminar siendo mayor que el mínimo necesario para que el proveedor reciba su costo completo. Como resultado, un proveedor que incurre en pérdidas bajo precios basados en costo marginal puede obtener considerables beneficios en CH. Además, el aumento del precio para cubrir el costo de oportunidad de un proveedor aumenta el beneficio de otro proveedor, que ya era rentable bajo precios de costo marginal. En el lado positivo, el precio CH no decrece con la demanda y por lo tanto es estable.

SLR va un paso más allá y elimina por completo los “make whole payments”. El trade-off es que el precio de la SLR y los beneficios pueden ser muy altos cuando la cantidad del proveedor marginal tiende a cero. Además, al igual que el precio CH, el precio de SLR puede ser superior al mínimo para cubrir las pérdidas.

PD también elimina los “make whole payments” mediante la transferencia de parte de la cantidad del proveedor inframarginal (junto con los pagos asociados) al proveedor marginal, en la medida que se reduzca el valor de la función objetivo de PD. Esta transferencia constituye un subsidio cruzado entre proveedores.

El precio PD y los beneficios pueden ser significativamente inferiores a los generados por SLR, a costa de una asignación menos eficiente. Si tal transferencia no puede reducir el valor de la función objetivo PD, este produce la asignación óptima y el precio resultante y los beneficios son idénticos a los generados por AC.

GU considera los “uplifts” como transferencias internas de suma cero entre proveedores y tiene como objetivo minimizar la suma de los cuadrados de los aumentos, al tiempo que garantiza la eficiencia de la asignación. Los precios y los aumentos resultantes son complicados y dependen del cuadrado de los aumentos. La operación de centrarse únicamente en minimizar los aumentos es que el precio y los beneficios pueden ser excesivamente altos, incluso sin límites cuando la cantidad del proveedor marginal tiende a cero, como en el caso de AC y SLR. Esta propiedad adversa podría mitigarse si se redujera el costo fijo del proveedor marginal, suavizando la no convexidad, o si la cantidad estuviera sujeta a una restricción de capacidad mínima, como suele ocurrir en las unidades de generación de electricidad.

MZU también considera los “uplifts” como transferencias internas de suma cero entre proveedores, pero es más simple que GU. Usando estas transferencias, MZU aumenta el precio por encima del costo marginal y reduce los aumentos sin generar exceso de beneficios para los proveedores. El trade-off es que el precio resultante disminuye con la demanda, como también es el caso de GU, AC y SLR, así como PD, en ciertos casos. La condición de aumento de suma cero recuerda a la condición de recuperación de costos en IP. La diferencia es que, en IP ningún proveedor puede obtener beneficios más allá del costo marginal, mientras que en el marco de MZU ningún proveedor puede ganar más que en el marco de la IP+.

Como ya se indicó, diseñar esquemas de fijación de precios en mercados con no convexidades es un problema de decisión multicriterio desafiante con implicancias significativas para la competencia y la regulación del mercado. Los pesos de los criterios dependen de la madurez y las perspectivas del mercado, el número, la participación de mercado y el poder de los proveedores, el nivel tecnológico que impulsa los costos fijos y marginales, y otros factores. Ninguno de los esquemas considerados parece dominar con respecto a otro. Si la simplicidad y la transparencia de la regla de precios son importantes, prevalece IP+, CH, AC y MZU. Si se busca la contención de beneficios a niveles razonables, IP+, mIP y MZU dominan. Si el precio debe reflejar el costo promedio de la compra de la electricidad, prevalecerán los esquemas sin costos laterales. Si la eficiencia de la asignación es crucial, la PD se queda atrás. Si se desea estabilidad de precios y monotonía, mIP y CH generan precios constantes, no disminuyendo con la demanda. Si lo importante es reducir los pagos discriminatorios, esquemas de “uplifts” serán más adecuados.

Con relación a los objetivos primordiales de eficiencia económica enunciados, todos los métodos conducen a precios no confiscatorios, y básicamente se pueden agrupar en pagos

laterales (IP y IP+) y esquemas de adecuación de ingresos, en donde se distinguen distintas opciones para la minimización y asignación de los aumentos de costo entre proveedores.

Finalmente, y no menos relevante es que todos los mercados que aplican estos esquemas en la actualidad son mercados de ofertas a diferencia de Chile, que es un mercado en que el despacho es basado en costos auditados. Por eso, en estos esquemas se busca, en base a cómo afectan las ofertas de los proveedores, que la decisión unilateral descentralizada de cada proveedor no se desvíe de la óptima, que no se genere poder de mercado, entre otros; preocupaciones que en un mercado de costos son menos relevantes y/o no existen.

En un mercado como el chileno, en tanto es relevante incorporar estos costos no convexos manteniendo los principios de eficiencia económica de la teoría marginalista, que busca una operación y expansión que permita abastecer la demanda a mínimo costo.

Teniendo en cuenta lo anterior, para la mejor evaluación de las alternativas analizadas en este estudio: “*make whole payments*” o pagos laterales, y “*modificación de precios*” adaptados al modelo chileno, no cabe duda la necesidad de implementar una metodología que permita tanto el modelamiento del esquema de pagos laterales como la incorporación de los costos no convexos en los costos variables no combustibles, siguiendo la lógica de transformarlos a convexos en cierto rango.

Además, esta metodología debiese consignar a la expansión óptima (Objetivo B) como testigo o parámetro de eficiencia de la alternativa a seleccionar. Es decir, esta metodología debe definir un enfoque para evaluar el rendimiento relativo basado en qué alternativa conduce a la expansión de menor costo para los consumidores, asumiendo los pagos por la energía de acuerdo con cada alternativa.

El siguiente capítulo describe la formulación conceptual, y los subsiguientes la formulación económica-matemática, de la alternativa metodológica propuesta por el consultor del presente estudio.

5.1 Descripción conceptual de la metodología propuesta

5.1.1 Modelo de operación

El primer paso es la ejecución de un *modelo de operación a mínimo costo* para el horizonte dado (por ejemplo, el día siguiente) y resolución en el tiempo (por ejemplo, cada hora) teniendo en cuenta todas las restricciones operativas (balance hídrico de los embalses, el funcionamiento térmico, las energías renovables, red de transmisión, la reserva de generación etc.) Algunas de estas restricciones son *no convexas*, como el “unit commitment” para las plantas térmicas. Por lo tanto, el modelo de operación requiere un algoritmo de solución de programación entera mixta (MIP).

El *modelo de operación a mínimo costo* se ilustra a continuación. Por simplicidad de notación, representamos un sistema únicamente térmico y la operación de una hora. Como se mencionó, el problema real tiene 24 horas e incluye el sistema hidroeléctrico, las energías

renovables, la red de transmisión más las restricciones de incorporación para las plantas térmicas, como el tiempo de actividad mínimo y el tiempo de inactividad.

$$\begin{aligned}
 z = \text{Min} \quad & \sum_j c_j \times g_j + \sum_j \phi_j \times y_j & (13) \\
 & \sum_j g_j = d \\
 & g_j - \bar{g}_j \times y_j \leq 0 \\
 & g_j - \underline{g}_j \times y_j \geq 0 \\
 & y_j \in \{0,1\}
 \end{aligned}$$

Dónde:

z costo de operación óptimo

$j = 1, \dots, J$ índices de las plantas térmicas

c_j costo variable de operación de la planta j

g_j energía producida por j

ϕ_j costo de unit commitment

y_j decisión de unit commitment (variable binaria)

d demanda

\bar{g}_j capacidad de generación máxima

\underline{g}_j generación mínima cuando se despacha

5.1.2 Precios spot

Además de la producción de energía horaria óptima de cada generador, el *modelo de operación a mínimo costo* provee los costos marginales a corto plazo, o los precios spot, para cada hora y nodo de la red. Los precios spot se representan como π_d en la formulación del problema anterior.

$$\sum_j g_j = d \quad \pi_d \quad (14)$$

Dónde π_d son los multiplicadores de Lagrange (o precios spot). Los precios spot proporcionan un vínculo esencial entre los mundos "físico" y "económico". Por ejemplo, los *ingresos spot* del generador en el mercado mayorista están dados por el producto del precio spot por hora y la energía producida:

$$r_j = \pi_d \times g_j \quad (15)$$

Dónde r_j es el ingreso spot del generador j .

En un mercado eficiente, bajo condiciones ideales y un sistema adaptado, los ingresos spot deben cubrir los costos operativos eficientes del generador y remunerar su costo, también eficiente, de inversión:

$$r_j \geq c_j \times g_j + \phi_j \times y_j + I_j \quad (16)$$

Donde I_j representa el costo de inversión del generador j . Tenga en cuenta que esta es una representación muy simplificada: en los sistemas reales, es la suma de los ingresos spot por hora a lo largo de varios años lo que puede remunerar los costos de inversión. Otro aspecto que se debe destacar es que en sistemas reales el surgimiento de nuevas tecnologías, por ejemplo centrales renovables (eólicas y solares fotovoltaicas), contribuyen para una caída de precios spot y con esto los costos de inversión de los generadores existentes pueden no ser cubiertos por los ingresos calculados a precio spot.

Además, los inversores normalmente utilizan proyecciones de precios spot para los próximos años para evaluar si vale la pena construir nueva capacidad, es decir, verificar si los ingresos spot proyectados cubrirían los costos de operación y los requisitos de remuneración de capital de las nuevas plantas⁸. Esto significa que los precios spot proporcionan *señales económicas para la expansión óptima de la capacidad*.

5.1.3 ¿Cómo calcular precios spot?

Se mencionó anteriormente que los precios spot se calculan como los multiplicadores de Lagrange de las ecuaciones de equilibrio de demanda. Sin embargo, los multiplicadores no pueden calcularse si el problema de optimización tiene variables binarias, que es el caso del problema de operación. ¿Cómo proceder?

La solución es calcular los multiplicadores de una *aproximación convexa* del problema de operación. La *aproximación convexa* más simple es fijar todas las variables enteras en los valores de la solución óptima del problema de operación, representada como $\{y_j^*\}$. Esto da como resultado el siguiente problema de *programación lineal* (LP):

$$\begin{aligned} \tilde{z} &= \text{Min} \sum_j c_j \times \tilde{g}_j & (17) \\ \sum_j \tilde{g}_j &= d \leftarrow \tilde{\pi}_d \\ \tilde{g}_j &\leq \bar{g}_j \times y_j^* \leftarrow \tilde{\pi}_{\bar{g}_j} \\ \tilde{g}_j &\geq \underline{g}_j \times y_j^* \leftarrow \tilde{\pi}_{\underline{g}_j} \end{aligned}$$

⁸ Una vez más, esta es una representación muy simplificada. En realidad, las evaluaciones de los inversores tienen en cuenta las incertidumbres de los precios spot futuros debido a varios factores, como la variabilidad de los caudales y de la producción renovable; crecimiento de la demanda; precios de los combustibles; precios de los competidores y varios otros.

Donde el superíndice "~" indica que estamos resolviendo una aproximación del problema de la operación. En el caso de un problema de LP, $\tilde{\pi}_d$ se calcula fácilmente como el multiplicador simplex de la ecuación de equilibrio de demanda.

5.1.4 Coherencia entre operación física y precios spot

Si el problema operacional es *convexo*, la coherencia entre la operación física y las señales económicas es analíticamente asegurada por la llamada *igualdad primal-dual*: $z = \pi_d \times d + \sum_j [\tilde{\pi}_{\bar{g}_j} \times \bar{g}_j \times y_j^*] + \sum_j [\tilde{\pi}_{g_j} \times g_j \times y_j^*]$. Suponiendo que $g_j = 0$ para todo j y usando que $\tilde{\pi}_{\bar{g}_j} \leq 0$, en caso del problema de operación, esta igualdad indica que los ingresos spot r_j son mayores que los costos operativos del generador (tenga en cuenta que d es igual a la suma de todos los valores de generación). En el Anexo A se demuestra tal conjetura cuando las variables y_j son continuas (caso convexo).

Sin embargo, cuando el problema de operación no es convexo y los multiplicadores provienen del problema aproximado visto anteriormente, puede haber un *déficit* entre los ingresos spot y la cobertura de costos del generador, representado como δ en la ecuación a continuación:

$$z = \tilde{\pi}_d \times d + \delta \quad (18)$$

En la literatura de optimización, δ se conoce como "duality gap".

5.1.5 ¿Cómo "cerrar" la "duality gap"?

Cualquier déficit entre los ingresos spot y la cobertura de costos eficientes del generador pueden tener un impacto negativo en la eficiencia del mercado energético. La pregunta es entonces: ¿cómo "cerrar" esta *duality gap* de la "mejor" manera posible? (La definición y medida de "mejor" se discutirá más adelante).

Los Consultores proponen dos enfoques alternativos: (i) pagos "laterales" o "make whole payments"; y (ii) ajuste de los costos operativos variables no combustibles.

5.1.5.1 Pagos laterales

El esquema de pago lateral se implementa en los siguientes pasos:

- Resolver el problema de operación MIP y calcular las decisiones operativas óptimas $\{g_j^*\}$ y $\{y_j^*\}$;
- Calcule el multiplicador simplex aproximado $\tilde{\pi}_d$ resolviendo el problema de operación LP donde las variables de decisión de unit commitment se fijan en los valores óptimos $\{y_j^*\}$;
- Calcule el pago adicional δ_j para cada generador j como la diferencia (positiva) entre su costo operativo y los ingresos spot:

$$\delta_j = \text{Max} \{0, (c_j \times g_j^* + \phi_j \times y_j^*) (\text{costo operativo}) - \tilde{\pi}_d \times g_j^* (\text{ingreso spot})\}$$

Tenga en cuenta que los pasos (a) a (c) pueden representarse como un único problema de optimización de MIP. Esto se logra reescribiendo el problema LP (b) como un conjunto de

restricciones, correspondientes a las llamadas condiciones de optimización KKT (formulación Primal y Dual, más igualdad Primal-Dual). Estas restricciones, más el conjunto de restricciones del paso (c), se agregan al problema de operación (a). Más adelante se verá que esta formulación de MIP se puede utilizar en la evaluación de la eficiencia económica del esquema de pagos laterales.

5.1.5.2 Ajuste de costos de operación variables no combustibles

La idea en este caso es aumentar los costos de operación variables no combustibles de los generadores para asegurar la recuperación de costos con los multiplicadores simplex aproximados. Este esquema puede formularse como un problema de optimización, donde el objetivo es minimizar el pago spot de la demanda garantizando que los costos del generador estén cubiertos:

$$\min_{\{\hat{c}_j\}} \tilde{\pi}_d(\hat{c}_j) \times d \quad (19)$$

$$\tilde{\pi}_d(\hat{c}_j) \times \hat{g}_j^* \geq c_j \times \hat{g}_j^* + \phi_j \times \hat{y}_j^* \quad \forall j = 1, \dots, J$$

Dónde $\{\hat{c}_j\}$ es el vector de costos variables ajustados (variables de decisión en el problema de optimización anterior), y; la función $\tilde{\pi}_d(\hat{c}_j)$ representa el precio spot cuando se utiliza un vector de costo ajustado $\{\hat{c}_j\}$ dado en el problema de operación. Esta función está representada *implícitamente* por la solución de los siguientes problemas de optimización:

a) Problema de operación dado $\{\hat{c}_j\}$:

$$z(\hat{c}_j) = \text{Min} \sum_j \hat{c}_j \times g_j + \sum_j \phi_j \times y_j \quad (20)$$

$$\sum_j g_j = d$$

$$g_j - \bar{g}_j \times y_j \leq 0$$

$$g_j - \underline{g}_j \times y_j \geq 0$$

$$y_j \in \{0,1\}$$

Luego $\{\hat{g}_j^*\}$ and $\{\hat{y}_j^*\}$ son la solución óptima de los vectores.

b) Problema de operación “convexo” (LP), que produce $\tilde{\pi}_d(\hat{c}_j)$

$$\tilde{z}(\hat{c}_j) = \text{Min} \sum_j \hat{c}_j \times \tilde{g}_j \quad (21)$$

$$\sum_j \tilde{g}_j = d \leftarrow \tilde{\pi}_d(\hat{c}_j)$$

$$\tilde{g}_j \leq \bar{g}_j \times \hat{y}_j^*$$

$$\tilde{g}_j \geq \underline{g}_j \times \hat{y}_j^*$$

De la misma manera que el esquema de pago lateral, el problema LP del paso (b) puede reescribirse como un conjunto de restricciones (condiciones de optimización) que luego se agregan al problema de operación (a).

El desarrollo anterior corresponde a una formulación matemática para este problema, formulada a través de un único problema de optimización que calcula el nuevo costo de operación variable, como se ilustra en la Sección 5.2.3. De acuerdo con nuestra revisión del estado del arte, es la primera vez que se presenta tal formulación matemática para este problema.

5.1.6 Comparación de pagos laterales y esquemas de ajuste de costos

Como se ve, tanto el pago lateral como los esquemas de ajuste de costos aseguran que los generadores recuperen sus costos operativos, luego ambos son *no confiscatorios*. La siguiente pregunta es, por lo tanto: ¿qué esquema sería más adecuado para el sistema chileno?

Como se ve, una propiedad importante de los precios spot es inducir la expansión óptima de la capacidad. Por lo tanto, proponemos evaluar los dos esquemas en términos de la expansión de la capacidad que resultaría si se implementaran.

5.1.6.1 Problema de expansión de la capacidad de referencia

La expansión ideal minimizaría los costos totales incurridos por la demanda al tiempo que aseguraría la cobertura de los costos de inversión y operación de los generadores. Esta expansión de capacidad ideal servirá como punto de referencia para evaluar la eficiencia económica de los dos esquemas. La expansión se puede obtener de la solución de un problema de optimización que minimiza la suma de la inversión más los costos de operación. Una vez más, para simplificar la notación, a continuación se formulará una versión muy simplificada del problema de expansión, con base en el problema de operación 100% térmica de una hora utilizada en este capítulo⁹.

$$z = \text{Min} \sum_j I_j \times x_j + \sum_j c_j \times g_j + \sum_j \phi_j \times y_j \quad (22)$$

$$\sum_j g_j = d \quad (a)$$

$$g_j - \bar{g}_j \times x_j \leq 0 \quad (b)$$

$$g_j - \bar{g}_j \times y_j \leq 0 \quad (c)$$

$$g_j - \underline{g}_j \times y_j \geq 0 \quad (d)$$

⁹ En esta formulación las centrales existentes quedan representadas por $x_j = 1$

(e)

$$x_j, y_j \in \{0,1\}$$

Dónde x_j es la decisión de inversión binaria para j

La expansión de la capacidad puede también ser formulado como el *proceso de toma de decisión en dos etapas* que se muestra a continuación:

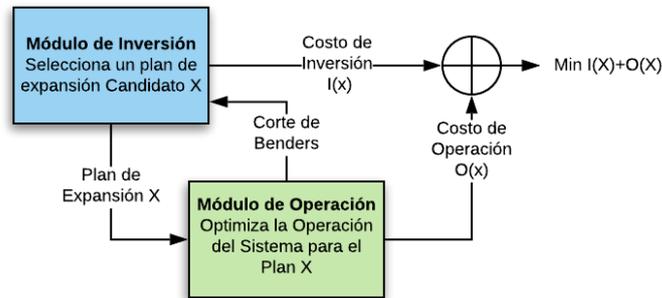


Figura 4: Proceso de decisión para la expansión de la capacidad

Como se muestra en el diagrama, el módulo de inversión de la primera etapa determina un plan de expansión candidato, representado por el vector de decisión de inversión x ; el costo de inversión correspondiente se representa como $I(x)$. Dado el plan candidato x , el *módulo de operación* de la segunda etapa calcula el costo de operación correspondiente, representado por $O(x)$. También como se muestra, el objetivo es determinar el plan que minimiza la suma de los costos de inversión y operación $I(x) + O(x)$.

Es interesante observar que existe un algoritmo de solución, conocido como descomposición de Benders, que refleja el proceso de dos etapas anterior. El componente clave en el esquema de descomposición de Benders es la retroalimentación, o *corte de Benders*, desde el módulo de operación al módulo de inversión (ver diagrama). El *corte de Benders* es una restricción lineal que se agrega al módulo de inversión, que luego se resuelve para producir un plan candidato mejorado¹⁰. El esquema de Benders se usa ampliamente en problemas de planificación debido a su eficiencia computacional y al hecho de que garantiza una solución global óptima incluso cuando el problema de la operación no es convexo (en este caso, se utilizan los llamados *cortes binarios de Benders*).

A continuación se verá que el esquema de descomposición de Benders también se puede utilizar para determinar la expansión de la capacidad cuando se aplican pagos laterales o ajustes de costos variables.

5.1.6.2 Problema de expansión de capacidad con pagos laterales

El objetivo en este caso es determinar la expansión de la capacidad que minimiza los costos de la demanda, compuesta por el precio spot más los pagos laterales, a la vez que asegura

¹⁰ Para mayores detalles sobre la formulación del método de descomposición de Benders consulte las secciones 5.1 y el Anexo C para detalles de cómo se calculan los cortes de Benders.

que la inversión más los costos eficientes de operación de los generadores estén cubiertos por esos pagos spot y laterales. En este caso el MWP es extendido (MWP extendido) para considerar los costos de inversión. El siguiente diagrama muestra la formulación del problema como un proceso de decisión en dos etapas.

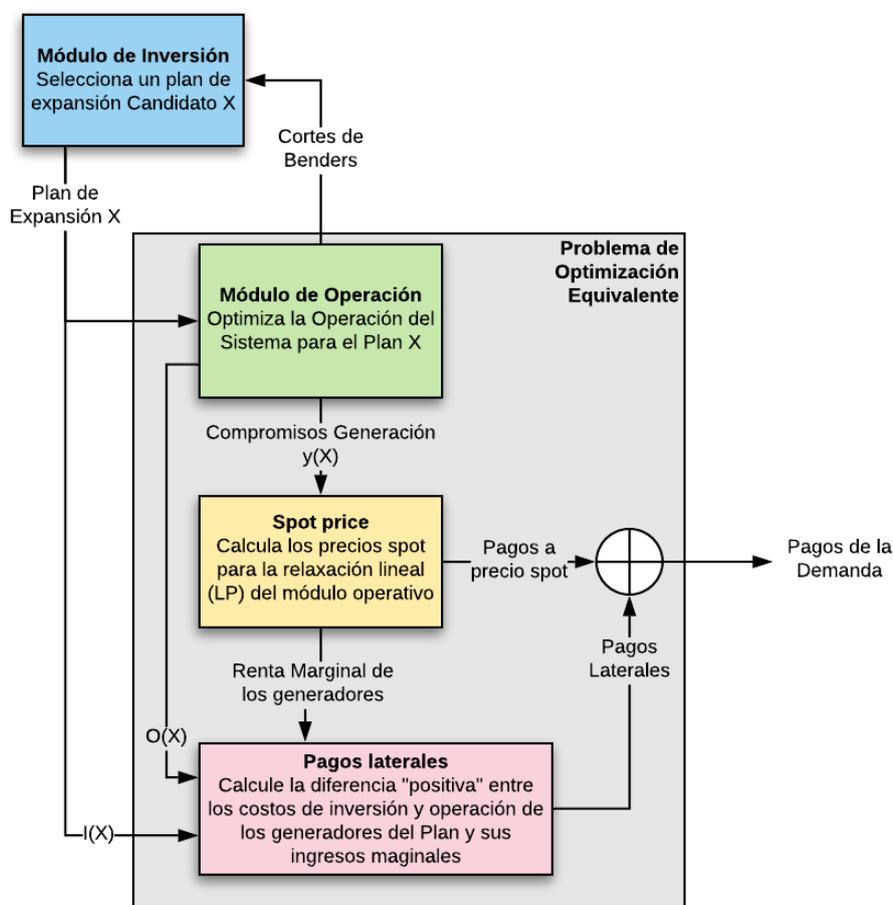


Figura 5: Expansión de la capacidad – pagos laterales

Como se muestra en el diagrama, el modelo de inversión en la primera etapa determina un plan de expansión candidato, como en el problema de planificación anterior. Dado el plan candidato, los tres submódulos de la segunda etapa que se muestran en la figura determinan secuencialmente: (a) los costos de operación correspondientes; (b) los precios spot (de la aproximación LP del problema de operación); y (c) los pagos laterales necesarios para cubrir los costos eficientes de inversión y operación.

Como se mencionó, estos tres submódulos en realidad están modelados y resueltos como un solo problema de optimización (consulte la Sección 5.3.2 para mayores detalles),

representado por el cuadro gris que los encierra. Esto significa que se puede aplicar el esquema de descomposición de Benders y se puede encontrar la solución óptima global¹¹.

5.1.6.3 Problema de expansión de capacidad con ajuste de costo variable

La función objetivo es análoga al caso de pago lateral: minimizar el costo total de la demanda, que en este caso se compone solo de pagos a precios spot (ajustados). El siguiente diagrama muestra el proceso de decisión en dos etapas.

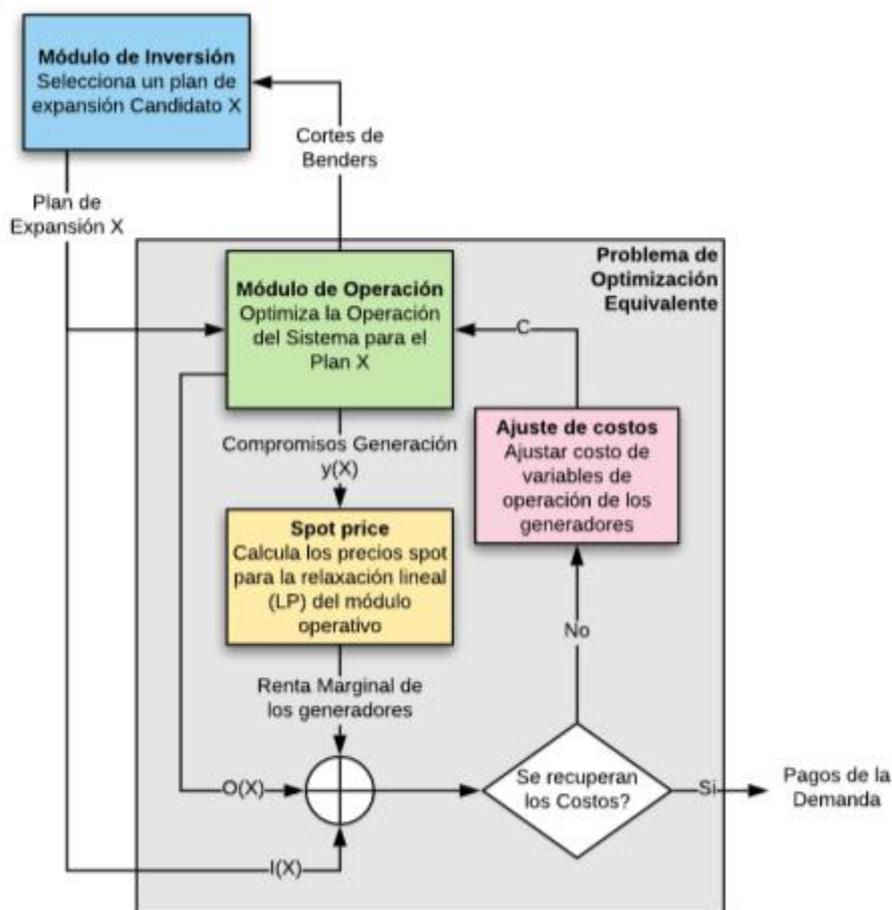


Figura 6: Expansión de la capacidad – ajuste del costo variable

Como en los casos anteriores, el modelo de inversión en la primera etapa determina un plan de expansión candidato. Dado el plan candidato, los tres submódulos de la segunda etapa que se muestran en la figura determinan secuencialmente: (a) los costos de operación correspondientes; (b) los precios spot (de la aproximación LP del problema de operación); y (c) en caso de que los pagos spot a los generadores no cubran sus costos de inversión y operación, los costos variables se ajustan y el proceso vuelve al paso (a).

¹¹ Ver Sección 5.1 para la formulación matemática de la descomposición y el Anexo C para obtener detalles de cómo se calculan los Benders

Como en el caso del pago lateral, estos tres submódulos están modelados y resueltos en realidad como un único problema de optimización (consulte la Sección 5.3.3 para mayores detalles), representado por el cuadro gris que los encierra. Esto significa que se puede aplicar el esquema de descomposición de Benders y se puede encontrar la solución óptima global¹².

5.2 Marco matemático y algoritmos de solución para el problema de operación

En esta sección formalizaremos los conceptos presentados en la Sección 5.1 y mostraremos cómo los multiplicadores simplex aproximados pueden calcularse automáticamente a partir de la resolución de los problemas de operación MIP. Como resultado, el pago mínimo de la demanda, a través del "pago lateral" ("Make Whole Payments") o el ajuste del costo variable se puede obtener a través de la resolución de un problema de optimización MIP.

Siguiendo la misma secuencia de la Sección 5.1, en esta sección se presenta el análisis detallado del problema de operación. El problema de inversión será analizado en detalle en la Sección 5.3.

5.2.1 Modelo de operación estándar

Para un plan de expansión dado, el modelo de operación estándar para un horizonte dado puede escribirse como¹³:

$$\begin{aligned} \text{Min } \left\{ \sum_{i,h} (c_i \times g_{h,i} + k_i \times \eta_{h,i}) \right\} & \quad (23) \\ \sum_i g_{h,i} = d_h & \quad (a) \\ g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i & \quad (b) \\ g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i & \quad (c) \\ \eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} & \quad (d) \\ \vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} & \quad (e) \end{aligned}$$

Dónde:

c_i Costo variable de operación de la planta i

¹² Para mayores detalles sobre la formulación del método de descomposición de Benders consulte las secciones 5.2 y el Anexo C para detalles de cómo se calculan los cortes de Benders.

¹³ Este problema representa el problema de operación a lo largo de 24 horas, pero como antes, por simplicidad notacional, no tiene en cuenta todas las limitaciones operativas (balance de reservorios hidroeléctricos, operación térmica, energías renovables, red de transmisión, reserva de generación, etc.)

- $g_{h,i}$ Generación de planta i en la hora h
- k_i Costo de arranque del generador i
- $\eta_{h,i}$ Variable de decisión de arranque asociada al generador i en la hora h
- d_h Demanda en la hora h
- \bar{g}_i Generación máxima para generador i
- \underline{g}_i Generación mínima, si se despacha, para generador i
- $\vartheta_{h,i}$ Variable de decisión de despacho asociada al generador i

Del problema (23), la restricción (a) corresponde a la ecuación de equilibrio de demanda, (b-c) límites en la generación teniendo en cuenta si está despachada. La restricción (d) establece la relación entre el compromiso y las variables de inicio.

Tenga en cuenta que si $\{g_{h,i}^*, \vartheta_{h,i}^*\}$ es la solución óptima del problema (23), entonces $\{g_{h,i}^*\}$ es la solución óptima para el problema restringido en el que las variables binarias $\{\eta_{h,i}\}$ se fijan en su solución óptima $\{\vartheta_{h,i}^*\}$. Es decir, $\{g_{h,i}^*\}$ es la solución óptima del siguiente problema de programación lineal (LP):

$$\begin{array}{ll}
 \text{Min} \left\{ \sum_{i,h} (c_i \times g_{h,i}) \right\} & \text{Multiplicador} \quad (24) \\
 \sum_i g_{h,i} = d_h & \tilde{\pi}_{d,h} \quad (a) \\
 g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i}^* \times \bar{g}_i & \pi_{\bar{g}_i,h} \quad (b) \\
 g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i}^* \times \underline{g}_i & \pi_{\underline{g}_i,h} \quad (c)
 \end{array}$$

Como se describe en el Sección 5.1, el problema (24) se usa para calcular el multiplicador simplex aproximado ($\tilde{\pi}_{d,h}$) asociado a la ecuación de equilibrio de demanda del Problema (23).

Ahora de la teoría LP, $\{g_{h,i}^*\}$ junto con $\{\tilde{\pi}_{d,h}\}$ satisfacen las condiciones de optimización del Problema (24):

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \quad (25)$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i}^* \times \bar{g}_i \quad (26)$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i}^* \times \underline{g}_i \quad (27)$$

$$\tilde{\pi}_{d,h} + \pi_{\bar{g}_i,h} + \pi_{\underline{g}_i,h} \leq c_i \quad (28)$$

$$\pi_{\bar{g}_i,h} \leq 0 \quad (29)$$

$$\pi_{g_{i,h}} \geq 0 \quad (30)$$

$$\sum_h \tilde{\pi}_{d,h} \times d_h + \sum_{i,h} (\pi_{\bar{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i + \pi_{g_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times g_i) = \sum_{i,h} c_i \times g_{h,i} \quad (31)$$

Las restricciones (25-27) corresponden a la viabilidad primaria, las restricciones (28-30) a la viabilidad dual y (31) establece la condición de igualdad primal-dual. En las siguientes secciones usaremos este hecho para calcular automáticamente los precios spot en la resolución del problema de operación MIP.

En el Anexo A se muestra que si todas las variables binarias se consideran continuas en el problema (23), las condiciones de optimización del problema LP correspondiente implican que:

$$\sum_h \pi_{d_h} \times g_{h,i} \geq \sum_n (k_i \times \eta_{h,i} + c_i \times g_{h,i}) \quad (32)$$

Dónde π_{d_h} representa el precio spot en la hora h .

La expresión (32) indica que la suma a lo largo de las horas de los ingresos spot del generador es mayor o igual que la suma de los costos variables y de arranque, es decir, el costo marginal de la energía permite que se recuperen todos los costos de despacho (arranque, combustibles, no combustibles etc.).

Sin embargo, esto no siempre es cierto para el problema original, como se ilustra en el siguiente ejemplo de una etapa.

$$\begin{aligned} & \text{Min}\{1 \times g_1 + 2 \times g_2 + 5 \times \eta\} && \text{Multiplicador} && (33) \\ & g_1 + g_2 = 10 && \pi_d && (a) \\ & g_1 \leq 4 && && (b) \\ & g_2 \leq \eta \times 8 && && (c) \\ & \eta \in \{0,1\} && && (d) \end{aligned}$$

Solución óptima:

$$g_1 = 4, g_2 = 6, \eta = 1$$

Precio spot considerando variable binaria fija en solución óptima es: $\pi_d = 2$.

Ingresos spot del generador x y costos:

Generador	Ingresos spot	Costos
(1)	$\pi_d \times g_1 = 8$	$1 \times g_1 = 4$
(2)	$\pi_d \times g_2 = 12$	$5 \times \eta + 2 \times g_2 = 17$

De la tabla anterior se puede ver que el ingreso spot del generador 2 no cubre sus costos.

Las secciones 5.2.2 y 5.2.3 analizarán los dos esquemas de recuperación de costos del generador: “pagos laterales” (MWP) y ajuste de costos variables. Como ilustrado anteriormente, la formulación de estos problemas es diferente del problema de operación estándar, dado que la renta para recuperar los costos de los generadores se recauda de la demanda; la idea es garantizar este requisito, pero minimizando los pagos de la demanda.

5.2.2 Recuperación de costos basada en pagos laterales (“Make Whole Payments”)

$$\text{Min} \left\{ \sum_h \pi_{d,h} \times d_h + \sum_{i,h} \delta_{i,h} \right\} \quad (34)$$

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \quad (a)$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i \quad (b)$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \quad (c)$$

$$\eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} \quad (d)$$

$$\vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} \quad (e)$$

$$\pi_{d,h} + \pi_{\bar{g}_i,h} + \pi_{\underline{g}_i,h} \leq c_i \quad (f)$$

$$\pi_{\bar{g}_i,h,2} \leq 0 \quad (g)$$

$$\pi_{\underline{g}_i,h} \geq 0 \quad (h)$$

$$\sum_h \pi_{d,h} \times d_h + \sum_{i,h} \left(\pi_{\bar{g}_i,h} \times \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_i,h} \times \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \right) = \sum_{i,h} c_i \times g_{h,i} \quad (i)$$

$$\pi_{d,h} \times g_{h,i} + \delta_{i,h} \geq k_i \times \eta_{h,i} + c_i \times g_{h,i} \quad (j)$$

Dónde:

$\tilde{\pi}_{d,h}$ Precio spot en la hora h

$\delta_{i,h}$ MWP para planta i a la hora h

$\pi_{\bar{g}_i,h}$ Multiplicador asociado al límite superior del generador del modelo de despacho lineal

$\pi_{\underline{g}_i,h}$ Multiplicador asociado al límite inferior del generador del modelo de despacho lineal

El problema (34) minimiza el pago de la demanda en el mercado spot y el MWP para cada planta a cada hora.

Tenga en cuenta que cuando las variables binarias $\vartheta_{h,i}$ se fijan en la solución óptima del problema (34), las restricciones (a-d) junto con (f-i) corresponden a las condiciones de optimización de un problema LP asociado al despacho lineal, problema que se utiliza para calcular los precios spot. Como se mencionó anteriormente, los precios spot se calculan automáticamente en la resolución del problema de operación MIP (34).

Las restricciones (j) establecen que los ingresos del mercado spot de cada generador más el MWP deben ser mayores o iguales a sus costos de despacho (combustible, no combustible, arranque etc.).

Ahora, de la restricción (a) del problema (34), se tiene

$$\sum_i \pi_{d_h} \times g_{h,i} = \pi_{d_h} \times d_h \quad (35)$$

Es decir, los fondos para los ingresos de la planta se obtienen del pago de la demanda. Además, los fondos para los MWP se recaudan de la demanda.

Por lo tanto, el problema (34) minimiza el costo de la demanda en el mercado spot más MWP de forma tal que garantiza que los ingresos de la planta en el mercado spot más los MWP cubran sus costos de inicio y despacho.

La solución óptima del problema (34) puede ser diferente del problema (24) (problema de operación estándar), es decir, puede no corresponder al problema de costo mínimo. Por otro lado, el problema de operación estándar no aborda la cuestión de la recuperación de costos de los generadores, ni tampoco el modelado de los fondos que cubren estos costos.

Para ilustrar, considérese el siguiente ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Min}\{1 \times g_1 + 1.5 \times g_2 + 4 \times \eta_2 + 2 \times g_3\} & \quad \text{Multiplicador} & (36) \\ g_1 + g_2 + g_3 = 10 & \quad \pi_d & (a) \\ g_1 \leq \eta_1 \times 4 & & (b) \\ g_2 \leq \eta_2 \times 8 & & (c) \\ g_3 \leq \eta_3 \times 15 & & (d) \\ \eta \in \{0,1\} & & (e) \end{aligned}$$

Problema cuya solución óptima es:

$$\eta_1 = 1, g_1 = 4, \eta_2 = 0, g_2 = 0, \eta_3 = 1, g_3 = 6$$

Y el valor de la función objetivo es: $\text{Costo Total} = 4 \times 1 + 6 \times 2 = 16$

El precio spot considerando variable binaria fija en solución óptima es: $\pi_d = 2$. Para este precio, se presenta en la tabla a continuación los ingresos para los generadores.

Generador	Ingresos Spot	Costos
-----------	---------------	--------

(1)	$\pi_d \times g_1 = 8$	$0 \times \eta_1 + 1 \times g_1 = 4$
(2)	$\pi_d \times g_2 = 0$	$4 \times \eta_2 + 1.5 \times g_2 = 0$
(3)	$\pi_d \times g_3 = 12$	$0 \times \eta_3 + 2 \times g_3 = 12$

Por los resultados, se concluye que para cubrir los costos para operar el sistema no sería necesario implementar MWP. Por lo tanto, sea $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$. Para este caso, el pago por la demanda sería: $\pi_d \times d + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 20$.

Considere, ahora, la siguiente solución para el mismo problema:

$$\eta_1 = 1, g_1 = 4, \eta_2 = 1, g_2 = 6, \eta_3 = 0, g_3 = 0$$

Cuyo valor para la función objetivo es: $Costo\ Total = 4 \times 1 + 6 \times 1.5 + 4 = 17$, (obviamente mayor que costo total de la solución de mínimo costo). Para esta solución el precio spot, considerando variable binaria fijada en solución óptima, es: $\pi_d = 1.5$ y los ingresos marginales para los generadores serían:

Generador	Ingresos spot	Costos
(1)	$\pi_d \times g_1 = 6$	$0 \times \eta_1 + 1 \times g_1 = 4$
(2)	$\pi_d \times g_2 = 9$	$4 \times \eta_2 + 1.5 \times g_2 = 13$
(3)	$\pi_d \times g_3 = 0$	$0 \times \eta_3 + 2 \times g_3 = 0$

Por los resultados de la tabla, se verifica que hay la necesidad de un MWP de 4 para el segundo generador, que no tiene sus costos cubiertos por los ingresos marginales. Para los otros generadores el MWP es cero. Por lo tanto, $\delta_1 = 0, \delta_2 = 4, \delta_3 = 0$, y el pago por la demanda sería: $\pi_d \times d + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 19$ (note que menor que en el caso anterior).

Se concluye, por lo tanto, que la solución que minimiza los costos no corresponde, necesariamente, al mínimo pago de la demanda. Observe que en el ejemplo el generador marginal y precios spot depende dos resultados de commitment. En el caso de mínimo costo (problema original) el generador marginal es el 3 y el precio spot es de 2, mientras que en el caso que minimiza el pago de la demanda, la planta marginal es el generador 2 y el precio spot es igual a 1.5.

En el Anexo B se muestra que si el MIP asociado al problema de operación (23) tiene una solución óptima, entonces el problema (34) es factible.

El Problema (34) corresponde a un problema de optimización de dos niveles (ver Dempe, Stephan (2018)), en el que un subconjunto de sus restricciones corresponde a las condiciones óptimas (KKT) y presencia de las variables primales y duales de otro problema.

Además, la restricción (j) de problema (34) contiene productos de las variables continuas $\pi_{d,h}, g_{h,i}$, pero en el Anexo B también se muestra que a través de una transformación, utilizando condiciones complementarias LP, se tendrán sólo productos de variables binarias $\{\vartheta_{h,i}\}$ y continuas $\{\pi_{\bar{g}_{i,h,2}}, \pi_{\underline{g}_{i,h}}\}$ que pueden ser fácilmente manejadas por técnicas estándar y resueltas mediante algoritmos MIP.

5.2.3 Recuperación de costos a través del ajuste de costos variables

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \left\{ \sum_h \pi_{d,h} \times d_h \right\} & (37) \\
 & \sum_i g_{h,i} = d_h & (a) \\
 & g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i & (b) \\
 & g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i & (c) \\
 & \eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} & (d) \\
 & \vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} & (e) \\
 & \pi_{d_h} + \pi_{\bar{g}_{i,h}} + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \leq c_{i,h}^* & (f) \\
 & \pi_{\bar{g}_{i,h}} \leq 0 & (g) \\
 & \pi_{\underline{g}_{i,h}} \geq 0 & (h) \\
 & \sum_h \pi_{d_h} \times d_h + \sum_{i,h} \left(\pi_{\bar{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \right) = \sum_{i,h} c_{i,h}^* \times g_{h,i} & (i) \\
 & \pi_{d_h} \times g_{h,i} \geq k_i \times \eta_{h,i} + c_i \times g_{h,i} & (j)
 \end{aligned}$$

Dónde

c_i^* Costo variable de generación que se ajustará para modificar los precios spot.

Tenga en cuenta nuevamente que cuando las variables binarias $\vartheta_{h,i}$ se fijan en la solución óptima del Problema (37), las restricciones (a-d) junto con (g-k) corresponden a las condiciones de optimización de un problema LP asociado al problema de despacho lineal, con costo variable de generación $\{c_{i,h}^*\}$, que se utiliza para calcular los precios spot. Como se mencionó anteriormente, los precios spot se calculan automáticamente en la resolución del problema de operación MIP (37).

La diferencia de este problema con el Problema (34) es que el precio spot se basa en los nuevos costos de generación variable. La idea es ajustar el costo variable de generación en cada hora ($c_i \rightarrow c_{i,h}^*$) para que el precio spot resultante calculado a partir del modelo de despacho lineal sea tal que los ingresos de generación en el mercado spot cubran sus costos de despacho (combustible, no combustible, arranque etc.).

Una vez más, la solución óptima del Problema (37) puede ser diferente de la solución del problema (24) (problema de operación estándar), es decir, puede no corresponder al problema de costo mínimo.

En el Anexo B también se muestra que si el MIP asociado al problema de operación (23) tiene una solución óptima, entonces el Problema (37) es factible.

El Problema (37) también corresponde a un problema de optimización de dos niveles (ver Dempe, Stephan (2018)), en el que un subconjunto de sus restricciones corresponde a las condiciones óptimas de otro problema.

Mediante el mismo procedimiento descrito en el Anexo B y reemplazando $\{c_i\}$ por $\{c_{i,h}^*\}$, la restricción (j) del Problema (37) puede reescribirse de tal manera, usando condiciones complementarias LP, que solo involucrará productos de variables binarias $\{\vartheta_{h,i}\}$ y continuas $\{\pi_{\bar{g}_i,h,2}, \pi_{\underline{g}_i,h}\}$ que pueden manejarse fácilmente mediante técnicas estándar y resolverse mediante algoritmos MIP.

5.3 Marco matemático y algoritmos de solución para el problema de expansión

En esta sección se formalizan los conceptos presentados en las secciones anteriores, que se refieren a la comparación de los dos esquemas de recuperación de costos a través de la expansión de capacidad resultante.

Como se mencionó anteriormente, empezamos con la formulación matemática de la expansión de referencia, y luego presentamos la expansión de la capacidad con “pagos laterales” o (MWP) y la expansión de la capacidad para el ajuste de costos variables.

5.3.1 Expansión de la capacidad de referencia

La idea de la expansión de la capacidad de referencia se presentó en la Sección 5.1.6, aquí presentamos su formulación matemática.

El plan de referencia se obtiene minimizando la inversión y operación del generador a lo largo de un horizonte dado:

$$\text{Min} \left\{ \sum_i I_i \times x_i + \sum_{i,h} (c_i \times g_{h,i} + k_i \times \eta_{h,i}) \right\} \quad (38)$$

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \quad (a)$$

$$g_{h,i} \leq x_i \times \bar{g}_i \quad (b)$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i \quad (c)$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \quad (d)$$

$$\eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} \quad (e)$$

$$x_i, \vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} \quad (f)$$

Dónde:

I_i Costo de inversión en planta i

x_i Variable de decisión de inversión en planta i

- c_i Costo variable de operación de la planta i
- $g_{h,i}$ Generación de planta i a la hora h
- k_i Costo de arranque del generador i
- $\eta_{h,i}$ Variable de decisión de arranque asociada al generador i
- d_h Demanda en la hora h
- \bar{g}_i Generación máxima para generador i
- \underline{g}_i Generación mínima, si se despacha, para generador i
- $\vartheta_{h,i}$ Variable de decisión de despacho asociada al generador i

La restricción (a) del Problema (38) corresponde a la ecuación de equilibrio de demanda; las restricciones (b), (c) y (d) son los límites en la generación cuando la planta está construida y despachada. La restricción (e) establece la relación entre el despacho y las variables iniciales.

Mediante la misma técnica utilizada anteriormente, se puede demostrar que si todas las variables binarias se consideran continuas en el Problema (38), las condiciones de optimización del problema LP correspondiente implican que:

$$\sum_h \pi_{d_h} \times g_{h,i} \geq \sum_h \left(\frac{I_i}{\xi} \times x_i + k_i \times \eta_{h,i} + c_i \times g_{h,i} \right) \quad (39)$$

Dónde

- ξ Factor que expresa el costo de inversión en costo por hora (a través de la anualización, etc.)
- π_{d_h} Precio spot en la hora h

La igualdad (39) expresa que la suma a lo largo de las horas de los ingresos spot del generador es mayor o igual a la suma de su costo de inversión expresado en costos por hora, de arranque y variables. Pero como se mencionó anteriormente, esto no siempre es cierto cuando las variables binarias no son aproximadas por variables continuas.

El problema anterior se puede resolver directamente utilizando algoritmos MIP o mediante la descomposición de Benders. Como explicado en la Sección 5.1.6, el problema de minimizar la inversión y operación se puede descomponer en dos subproblemas que interactúan entre sí. El primer subproblema es el módulo de inversión, cuya solución es un plan referencial de expansión. El segundo subproblema es el módulo de operación en que se minimiza el costo operativo para el plan de expansión referencial determinado por el módulo de inversión. A partir de la solución del módulo de operación, se calculan un conjunto de restricciones lineales (cortes de Benders) que representan como varía el costo

de operación en función de las decisiones de inversión¹⁴. A continuación se presenta la formulación matemática del Módulo de Inversión y el Módulo de Operación.

5.3.1.1 Módulo de inversión

El módulo de inversión corresponde al siguiente problema de optimización:

$$\text{Min} \left\{ \sum_i I_i \times x_i + \alpha \right\} \quad (40)$$

$$\alpha \geq w_k + \sum_i \beta_{k,i}^1 \times (x_i - x_{k,i}), k = 1, \dots, K \quad (a)$$

Donde

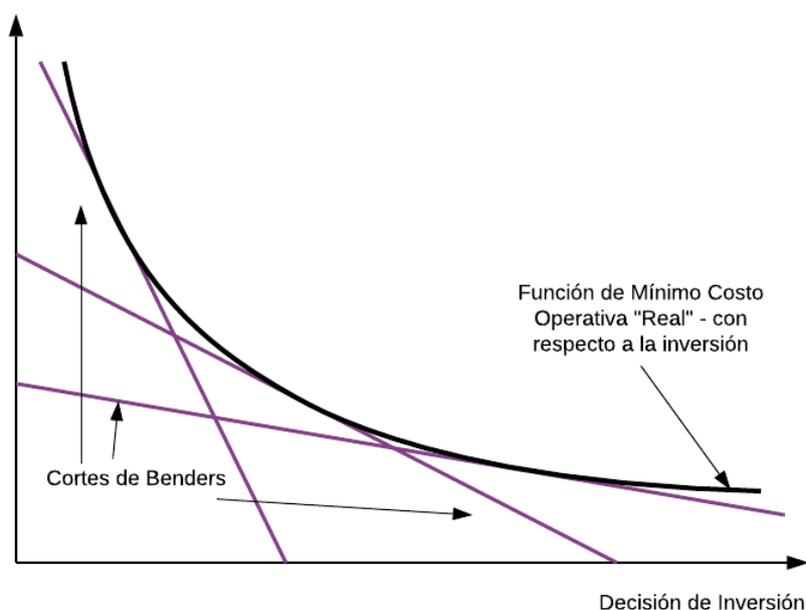
k Índice de cortes, K es el número de cortes

w_k k -ésimo coeficiente de corte independiente

$\beta_{k,i}^1$ k -ésimo coeficiente de los cortes de Benders, calculado a partir de la solución del módulo de operación, ilustrado a continuación

$x_{k,i}$ Decisión de inversión para la cual el k -ésimo corte se calcula

Las restricciones (a) del Problema (40) corresponden a los “cortes de Benders”, que representan el problema de operación en términos de las decisiones de inversión – consulte la figura en la secuencia.



¹⁴ Los cortes de Benders se constituyen en una aproximación del problema de operación en el contexto del problema de inversión.

5.3.1.2 Módulo de operación

Para una solución dada del problema de inversión, el problema de operación se puede formular como:

$$\text{Min} \left\{ \sum_{i,h} (c_i \times g_{h,i} + k_i \times \eta_{h,i}) \right\} \quad (41)$$

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \quad (a)$$

$$g_{h,i} \leq x_i \times \bar{g}_i \quad (b)$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i \quad (c)$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \quad (d)$$

$$\eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} \quad (e)$$

$$\vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} \quad (f)$$

En el problema anterior, las variables de decisión de inversión son fijas, es decir, el problema de operación es una función de la decisión de inversión $\{x_i\}$ calculada por el problema de inversión. El Anexo C describe cómo se calculan los cortes de Benders.

5.3.2 Expansión de capacidad con pago lateral

La idea de la expansión de la capacidad con pagos laterales (MWP extendido) se describió en la Sección 5.1.6, aquí presentamos su formulación matemática:

$$\text{Min} \left\{ \sum_h \pi_{d,h} \times d_h + \sum_{i,h} \delta_{i,h} \right\} \quad (42)$$

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \quad (a)$$

$$g_{h,i} \leq x_i \times \bar{g}_i \quad (b)$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i \quad (c)$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \quad (d)$$

$$\eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} \quad (e)$$

$$x_i, \vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} \quad (f)$$

$$\pi_{d_h} + \pi_{\bar{g}_{i,h,1}} + \pi_{\bar{g}_{i,h,2}} + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \leq c_i \quad (g)$$

$$\pi_{\bar{g}_{i,h,1}} \leq 0 \quad (h)$$

$$\pi_{\bar{g}_i,h,2} \leq 0 \quad (i)$$

$$\pi_{\underline{g}_i,h} \geq 0 \quad (j)$$

$$\begin{aligned} \sum_h \pi_{d_h} \times d_h + \sum_{i,h} \left(\pi_{\bar{g}_i,h,1} \times x_i \times \bar{g}_i + \pi_{\bar{g}_i,h,2} \times \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_i,h} \times \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \right) \\ = \sum_{i,h} c_i \times g_{h,i} \end{aligned} \quad (k)$$

$$\pi_{d_h} \times g_{h,i} + \delta_{i,h} \geq \frac{I_i}{\xi} \times x_i + k_i \times \eta_{h,i} + c_i \times g_{h,i} \quad (l)$$

Dónde:

π_{d_h} Precio spot en la hora h

$\delta_{i,h}$ MWP extendido para planta i a la hora h

ξ Factor que expresa el costo de inversión en costo por hora (a través de la anualización, etc.)

$\pi_{\bar{g}_i,h,1}, \pi_{\bar{g}_i,h,2}$ Multiplicador asociado al límite superior del generador debido a la decisión de construcción y compromiso del modelo de despacho lineal

$\pi_{\underline{g}_i,h}$ Multiplicador asociado al límite inferior del generador del modelo de despacho lineal

El Problema (42) minimiza el pago de la demanda en el mercado spot y el MWP para cada planta en cada hora.

La restricción (l) del Problema (42) establece que los ingresos del mercado spot de cada generador más el MWP extendido deben ser mayores o iguales a sus costos de inversión, arranque y despacho.

Por lo tanto, las decisiones óptimas de inversión y compromiso en el problema (42) son tales que los ingresos de la planta en el mercado spot más los MWP cubren sus costos de inversión, arranque y despacho. Esta es la manera en que los costos de la demanda en el mercado spot más MWP se minimizan.

Cabe mencionar que, dado que en esta formulación la variable MWP extendido queda definida por la diferencia entre los ingresos spot y los costos de operación e inversión de cada generador, ella no es igual al MWP original definido como la diferencia entre los ingresos spot y los costos operacionales (convexos y no convexos) de cada generador, sin incluir los costos de inversión.

Como dicho anteriormente, la solución al Problema (38) no modela explícitamente el requerimiento de que los generadores recuperan todos sus costos de despacho a través del precio de la energía y, por lo tanto, sería necesario incluir para esto un mecanismo de pagos laterales (MWP). Alternativamente, el Problema (42) si considera en su modelado obtener el

plan de inversión que minimiza el pago por la demanda considerando el precio spot los pagos laterales necesarios para cubrir todos los costos de inversión y despacho.

Un ejemplo similar al considerado en la Sección 5.2.2 puede ser empleado para mostrar que las soluciones óptimas de los dos problemas son diferentes.

El problema anterior se puede resolver directamente utilizando algoritmos MIP o mediante la descomposición de Benders cuyo marco se describió en la Sección 5.1.6. Como explicado, el problema mínimo de inversión y operación se puede descomponer en dos subproblemas que interactúan entre sí. El primer subproblema es el módulo de inversión, cuya solución es un plan referencial de expansión. El segundo subproblema es el módulo de operación en que se minimiza el pago por la demanda el plan de expansión referencial determinado por el módulo de inversión. A partir de la solución del módulo de operación, se calculan un conjunto de restricciones lineales (cortes de Benders) que representan como varia el costo de operación en función de las decisiones de inversión¹⁵. En la secuencia se presenta la formulación matemática del Módulo de Inversión y el Módulo de Operación.

5.3.2.1 Módulo de inversión

El módulo de inversión corresponde al siguiente problema de optimización:

$$\text{Min } \alpha \tag{43}$$

$$\alpha \geq w_k + \sum_i \beta_{k,i}^2 \times (x_i - x_{k,i}), k = 1, \dots, K \tag{44}$$

Dónde

k Índice de cortes, K es el número de cortes

w_k k -ésimo coeficiente de corte independiente

$\beta_{k,i}^2$ k -ésimo coeficiente de los cortes de Benders, calculado a partir de la solución del módulo de operación, ilustrado a continuación

$x_{k,i}$ Decisión de inversión para la cual el k -ésimo corte se calcula

5.3.2.2 Módulo de operación

Para una solución dada del problema de inversión, el problema de operación se puede formular como:

$$\text{Min } \left\{ \sum_h \pi_{d,h} \times d_h + \sum_{i,h} \delta_{i,h} \right\} \tag{45}$$

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \tag{a}$$

15 Los cortes de Benders se constituyen en una aproximación del problema de operación en el contexto del problema de inversión.

$$g_{h,i} \leq x_i \times \bar{g}_i \quad (\text{b})$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i \quad (\text{c})$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \quad (\text{d})$$

$$\eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} \quad (\text{e})$$

$$x_i, \vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} \quad (\text{f})$$

$$\pi_{d_h} + \pi_{\bar{g}_{i,h,1}} + \pi_{\bar{g}_{i,h,2}} + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \leq c_i \quad (\text{g})$$

$$\pi_{\bar{g}_{i,h,1}} \leq 0 \quad (\text{h})$$

$$\pi_{\bar{g}_{i,h,2}} \leq 0 \quad (\text{i})$$

$$\pi_{\underline{g}_{i,h}} \geq 0 \quad (\text{j})$$

$$\begin{aligned} \sum_h \pi_{d_h} \times d_h + \sum_{i,h} \left(\pi_{\bar{g}_{i,h,1}} \times x_i \times \bar{g}_i + \pi_{\bar{g}_{i,h,2}} \times \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \right) \\ = \sum_{i,h} c_i \times g_{h,i} \end{aligned} \quad (\text{k})$$

$$\pi_{d_h} \times g_{h,i} + \delta_{i,h} \geq \frac{I_i}{\xi} \times x_i + k_i \times \eta_{h,i} + c_i \times g_{h,i} \quad (\text{l})$$

En el problema anterior, las variables de decisión de inversión son fijas, es decir, el problema de operación es una función de la decisión de inversión $\{x_i\}$ calculada por el problema de inversión. El cálculo del corte de Benders es similar al caso anterior.

5.3.3 Expansión de capacidad con ajuste de costo variable

La idea de la expansión de la capacidad de ajuste de costos variable se describe en la Sección 5.1.6, aquí se presenta su formulación matemática.

$$\text{Min} \sum_h \pi_{d,h} \times d_h \quad (46)$$

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \quad (\text{a})$$

$$g_{h,i} \leq x_i \times \bar{g}_i \quad (\text{b})$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i \quad (\text{c})$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \quad (\text{d})$$

$$\eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} \quad (\text{e})$$

$$x_i, \vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} \quad (f)$$

$$\pi_{d_h} + \pi_{\bar{g}_{i,h,1}} + \pi_{\bar{g}_{i,h,2}} + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \leq c_{i,h}^* \quad (g)$$

$$\pi_{\bar{g}_{i,h,1}} \leq 0 \quad (h)$$

$$\pi_{\bar{g}_{i,h,2}} \leq 0 \quad (i)$$

$$\pi_{\underline{g}_{i,h}} \geq 0 \quad (j)$$

$$\begin{aligned} \sum_h \pi_{d_h} \times d_h + \sum_{i,h} \left(\pi_{\bar{g}_{i,h,1}} \times x_i \times \bar{g}_i + \pi_{\bar{g}_{i,h,2}} \times \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \right) \\ = \sum_{i,h} c_{i,h}^* \times g_{h,i} \end{aligned} \quad (k)$$

$$\pi_{d_h} \times g_{h,i} \geq \frac{I_i}{\beta} \times x_i + k_i \times \eta_{h,i} + c_i \times g_{h,i} \quad (l)$$

Dónde

c_i^* Costo variable de generación que se ajustará para modificar los precios spot.

El problema anterior se puede resolver directamente utilizando algoritmos MIP o mediante la descomposición de Benders cuyo marco se describió en la Sección 5.1.6. Como explicado, el problema mínimo de inversión y operación se puede descomponer en dos subproblemas que interactúan entre sí. El primer subproblema es el módulo de inversión, cuya solución es un plan referencial de expansión. El segundo subproblema es el módulo de operación en que se minimiza el pago por la demanda en el plan de expansión referencial determinado por el módulo de inversión. A partir de la solución del módulo de operación, se calculan un conjunto de restricciones lineales (cortes de Benders) que representan como varía el costo de operación en función de las decisiones de inversión¹⁶. Se presenta a continuación la formulación matemática del Módulo de Inversión y el Módulo de Operación.

5.3.3.1 Módulo de inversión

$$\text{Min } \alpha \quad (47)$$

$$\alpha \geq w_k + \sum_i \beta_{k,i}^3 \times (x_i - x_{k,i}), k = 1, \dots, K \quad (48)$$

Dónde

¹⁶ Los cortes de Benders se constituyen en una aproximación del problema de operación en el contexto del problema de inversión.

- k Índice de cortes, K es el número de cortes
- w_k k -ésimo coeficiente de corte independiente
- $\beta_{k,i}^3$ k -ésimo coeficiente de los cortes de Benders, calculado a partir de la solución del módulo de operación, ilustrado a continuación
- $x_{k,i}$ Decisión de inversión para la cual el k -ésimo corte se calcula

5.3.3.2 Módulo de operación

$$\text{Min} \left\{ \sum_h \pi_{d,h} \times d_h \right\} \quad (49)$$

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \quad (a)$$

$$g_{h,i} \leq x_i \times \bar{g}_i \quad (b)$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i \quad (c)$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \quad (d)$$

$$\eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} \quad (e)$$

$$x_i, \vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} \quad (f)$$

$$\pi_{d_h} + \pi_{\bar{g}_{i,h,1}} + \pi_{\bar{g}_{i,h,2}} + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \leq c_{i,h}^* \quad (g)$$

$$\pi_{\bar{g}_{i,h,1}} \leq 0 \quad (h)$$

$$\pi_{\bar{g}_{i,h,2}} \leq 0 \quad (i)$$

$$\pi_{\underline{g}_{i,h}} \geq 0 \quad (j)$$

$$\begin{aligned} \sum_h \pi_{d_h} \times d_h + \sum_{i,h} \left(\pi_{\bar{g}_{i,h,1}} \times x_i \times \bar{g}_i + \pi_{\bar{g}_{i,h,2}} \times \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \right) \\ = \sum_{i,h} c_{i,h}^* \times g_{h,i} \end{aligned} \quad (k)$$

$$\pi_{d_h} \times g_{h,i} \geq \frac{I_i}{\beta} \times x_i + k_i \times \eta_{h,i} + c_i \times g_{h,i} \quad (l)$$

En el problema anterior, las variables de decisión de inversión son fijas, es decir, el problema de operación es una función de la decisión de inversión $\{x_i\}$ calculada por el problema de inversión. El cálculo del corte de Benders es similar al caso anterior.

6 VERIFICACIÓN DE LOS EFECTOS ECONÓMICOS

Cuando existen costos no convexos, el costo marginal no es capaz de cubrir todos los costos en que incurren los generadores, es decir, se produce una brecha entre los costos operacionales y los ingresos spot de los generadores (*duality gap*).

Tal como se mostró en el Capítulo 5, la evaluación correcta es determinar la expansión del sistema que resultaría de las dos alternativas anteriores y calcular el costo promedio correspondiente para los consumidores (ACC), en \$/MWh. En el caso de los pagos laterales, el ACC queda dado por los ingresos spot más los pagos laterales (\$) divididos por la demanda total (MWh). En el caso de ajustes de precios spot, el ACC es el ingreso spot dividido por la demanda total.

En el estado del arte actual, de acuerdo a nuestra revisión, no se ha desarrollado una metodología que se pudiera llevar a cabo en el análisis anterior¹⁷ y por ende el análisis de los efectos económicos para el caso de Modificación de Precios Spot es muy limitado, puesto que ningún mercado lo ha adoptado hasta el momento, existiendo sólo ejercicios académicos de ciertas situaciones, según lo descrito anteriormente.

Es así que en el presente estudio se ha presentado el diseño conceptual de un algoritmo genérico basado en la optimización bilevel, que permitiría efectuar los análisis completos anteriormente descritos¹⁸. Sin embargo, no fue posible desarrollar ni programar en detalle este algoritmo, pues sobrepasa el alcance definido para el presente estudio.

Por la razón anterior, para efectos de estimar los efectos económicos se usó la siguiente aproximación:

- Asumir que en ambos casos la expansión del sistema será la que se obtendría de un algoritmo de planificación centralizada perfecta.
- Calcular probabilísticamente las simulaciones horarias de la operación del sistema, y con ello, calcular el *duality gap* de cada generador.
- Cerrar este *duality gap* usando alguna alternativa de compensación, ya sea MWP, o Modificación de Precios Spot, modificando costos variables no combustibles y para ambos casos, calcular el costo promedio, en US\$/MWh, que se traspasaría a los consumidores.
- La aproximación usada permite arribar a la opción “menos mala”, identificada como la de menor costo para el consumidor.

¹⁷ Existen desarrollos cuyo enfoque es verificar diferentes esquemas de remuneraciones considerando centrales nuevas y existentes, como por ejemplo Herrero et al (2015).

¹⁸ El esquema conceptual desarrollado debe ser llevado a cabo por el regulador para definir que esquema quiere aplicar. Posteriormente, y una vez tomada esa decisión, el Operador del sistema resuelve un problema de corto plazo usando la opción seleccionada.

6.1 Caso estudiado

Conocidas las restricciones que se han presentado en el ítem anterior, para efectos de determinar los efectos económicos sobre los generadores de cada uno de los enfoques, se seleccionó el plan de expansión proveniente del ejercicio de planificación centralizada realizado por PSR y Moray (2018), para el escenario denominado Demanda Media, Costo Medio (DMCM)¹⁹.

Se usó el escenario DMCM, porque produce efectos en costos de flexibilidad altos hacia el año 2030. En rigor el escenario que produce mayores costos de flexibilidad es el denominado DACB, esto es demanda alta y costos de inversión bajos en renovables, que produce mayor inserción de renovables y por ende mayor “duality gap”, según se explica en capítulo siguiente, pero este escenario se descartó debido a que la demanda esperada en la actual situación no se condice con el crecimiento de demanda de dicho escenario.

Para este caso, y considerando por separado cada mecanismo de pago de los costos no convexos, es decir, Make Whole Payments (MWP) y Modificación de Precios Spot mediante el incremento de los costos variables no combustibles de las centrales, se determinan los costos marginales y los pagos de la demanda que permiten cerrar la “duality gap” en cada caso.

Dado que el mencionado estudio de PSR y Moray (2018) determinó los costos de flexibilidad para determinados años 2021, 2025 y 2030, y que en los primeros años estos costos no resultan significativos, el análisis se centra en los efectos al año 2030, en donde estos costos adquieren valores más significativos.

Los análisis se efectúan para tres secuencias hidrológicas: húmeda, media y seca, y para la primera semana de abril, agosto y diciembre. La primera semana de abril es representativa del período posterior a los deshielos. La primera semana de agosto, representa el período de invierno, mientras que la primera semana de diciembre, es representativa del período de deshielo.

6.2 Índices de comparación

Con el fin de comparar los impactos económicos de ambos mecanismos de compensación, se determinan los costos marginales del sistema, los costos no convexos, el costo medio y total que se paga la demanda en cada alternativa.

En el sistema chileno, los generadores pueden comprar o vender energía en el mercado spot, de modo que cualquier impacto en el costo marginal podrá tener repercusiones en sus transacciones financieras en el mercado spot. Es así que, también se estima cómo

¹⁹ El estudio realizado por PSR y Moray (2018) consistió en un ejercicio de planificación central para diferentes años, entre ellos el 2030, y para diferentes escenarios de demanda y costos de las tecnologías. Las simulaciones se realizaron con el modelo de programación dinámica dual estocástica SDDP desarrollado por PSR. Para mayor información, respecto de las fuentes de datos o de la metodología de programación dinámica, se recomienda consultar el estudio, que se encuentra disponible en la biblioteca de la Asociación Gremial de Generadores.

cambiarían estas transacciones con cada mecanismo de compensación. Para ello se simuló para cada mecanismo, el Balance de Inyecciones y Retiros de un conjunto de generadores para las semanas seleccionadas.

6.3 Construcción de los mecanismos de compensación

Para el caso MWP, para cada generador se calcula, para un intervalo mensual, la diferencia positiva entre los costos, incluyendo los de partida, y la generación valorada al costo marginal de inyección en la barra del generador respectivo. En caso de existir esta diferencia positiva se adiciona a los ingresos del generador respectivo, mientras que la totalidad de los pagos así determinados se prorratean uniformemente entre los retiros de los generadores.

Para el caso de Modificación de Precios Spot, el procedimiento de cálculo de Precios Spot se explica a continuación.

Para cada mes y cada hora del año 2030 se ejecuta el siguiente cálculo:

1. Para cada generador $i, i = 1, \dots, N$ se calcula primeramente:

$$\pi_{sec,i} = \frac{\sum_{t=1}^{H_m} (c_{st,i,t} + cvu_i \times ger_{i,t})}{\sum_{t=1}^{H_m} ger_{i,t}}$$

Dónde:

- $\pi_{sec,i}$ Secante asociada al generador i
- $c_{st,i,t}$ Costo de partida del generador i en la hora t
- cvu_i Costo de operación variable original del generador i
- $ger_{i,t}$ Generación de generador i en la hora t
- H_m Número de horas del mes

2. A continuación, para cada hora del mes $t, t = 1, \dots, H_m$

Se calcula:

$$\pi_{sec,max,t} = \begin{cases} \text{Max}\{\pi_{sec,i}, \text{tal que } ger_{i,t} > 0\}, & \text{si existe algun generador } i \text{ con } ger_{i,t} > 0 \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Se define el precio spot modificado por:

$$\hat{\pi}_{spot,t} = \text{Max}\{\pi_{spot,t}, \pi_{sec,max,t}\}$$

Verificación: Notar que con este procedimiento tenemos para cada generador i :

$$\sum_{t=1}^{H_m} \hat{\pi}_{spot,t} \times ger_{i,t} \geq \sum_{t=1}^{H_m} \pi_{sec,i} \times ger_{i,t} = \sum_{t=1}^{H_m} (c_{st,i,t} + cvu_i \times ger_{i,t})$$

Es decir, con el precio modificado el ingreso del generador en el spot a lo largo del mes es mayor o igual a sus costos de despacho y de start up.

6.4 Comparación cualitativa de los principales índices de operación

Los gráficos siguientes muestran los costos marginales para el año 2030, según los siguientes casos:

- Actual: costo marginal resultante del despacho sin MWP ni Modificación de Precios Spot;
- Actual + MWP: Actual más MWP mensual total dividido por la demanda mensual;
- Modificación de Precio Spot, determinado según lo explicado antes.

Los gráficos muestran los costos marginales para el sistema interconectado para cada hidrología y la región central (SIC) y para la región norte (SING). En eje de las abscisas se encuentran los 12 meses del año en estudio.

Según se observa en las figuras siguientes los costos marginales (promedios mensuales) en el caso con MWP (caso Actual + MWP), son prácticamente los mismos al caso Actual, esto ocurre, pues el MWP distribuido en la demanda, en promedio es de US\$ 0,2/MWh, registrándose las mayores diferencias en los años húmedos, pero que no supera los US\$ 0,6.

La situación cambia cuando se comparan los resultados del caso Modificación de Precios Spot. En efecto, en promedio las diferencias son de US\$ 20,8/MWh, pudiendo llegar a casi US\$ 40/MWh en invierno.

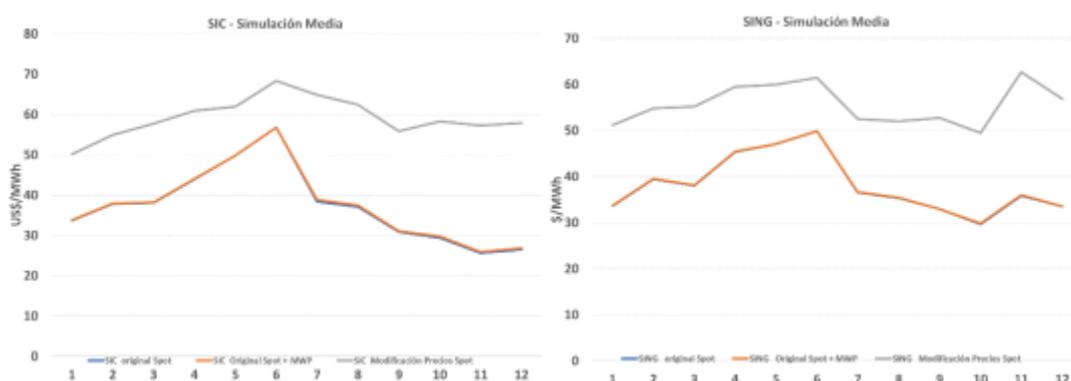


Figura 7: Costos marginales mensuales – año 2030, caso hidrología media

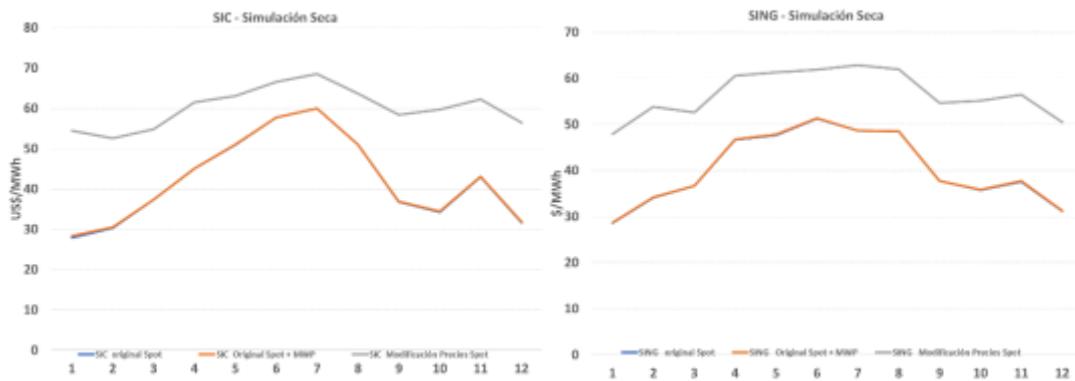


Figura 8: Costos marginales mensuales – año 2030, caso hidrología seca

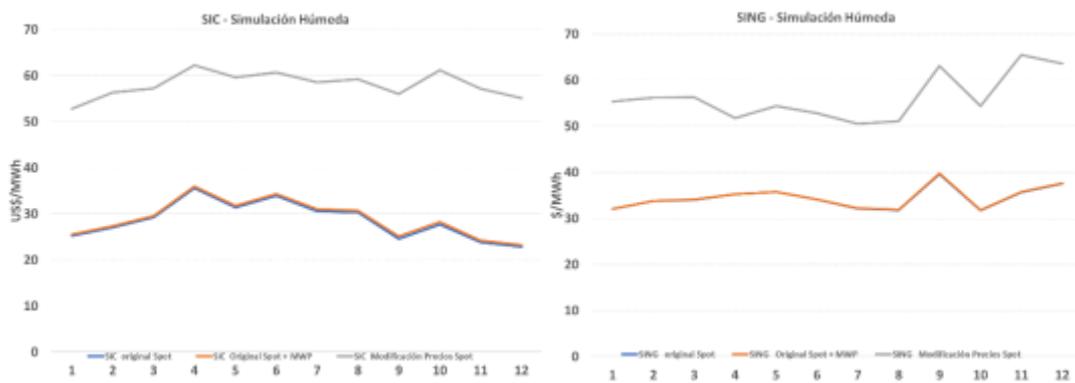


Figura 9: Costos marginales mensuales – año 2030, caso hidrología húmeda

La siguiente gráfica muestra la distribución en el año 2030 de los MWP.

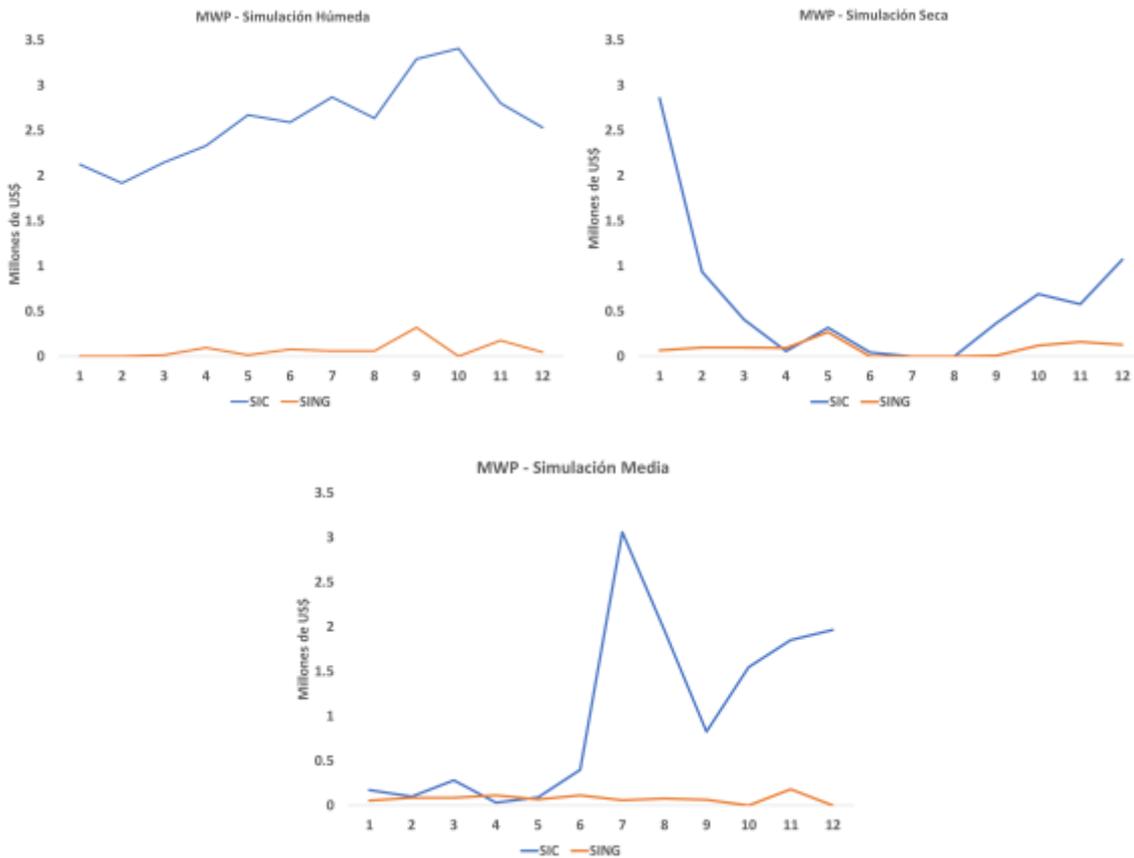


Figura 10: MWP mensual – año 2030, según simulación.

Se observa que en el SIC, la distribución de los MWP es muy irregular, para las simulaciones Media y Seca, identificándose valores elevados en julio y agosto para el caso Medio, los que se trasladan a enero y diciembre para el caso Seco. En la simulación Húmeda, el comportamiento es más monótono. Por su parte, en la región SING, los valores son bastante más parejos y menores que la región SIC²⁰. Este comportamiento muestra que probablemente en los años húmedos se producen arranques y paradas más continuamente, mientras que en años medios y secos las unidades térmicas tienen una operación más permanente, visualizándose arranques de unidades térmicas en determinados meses (principalmente en los meses de deshielo).

El resultado para la distribución mensual del año 2030 para el caso Modificación de Precios Spot y para ambas regiones del sistema interconectado – SIC y SING - se muestra en las gráficas siguientes.

²⁰ Aun cuando en el Sistema Norte Grande existe dependencia hidrológica debido a la interconexión de ambos sistemas, se verifican diferencias de precio entre ambos sistemas en las tres simulaciones estudiadas, debido a que hay congestión en la línea de interconexión.

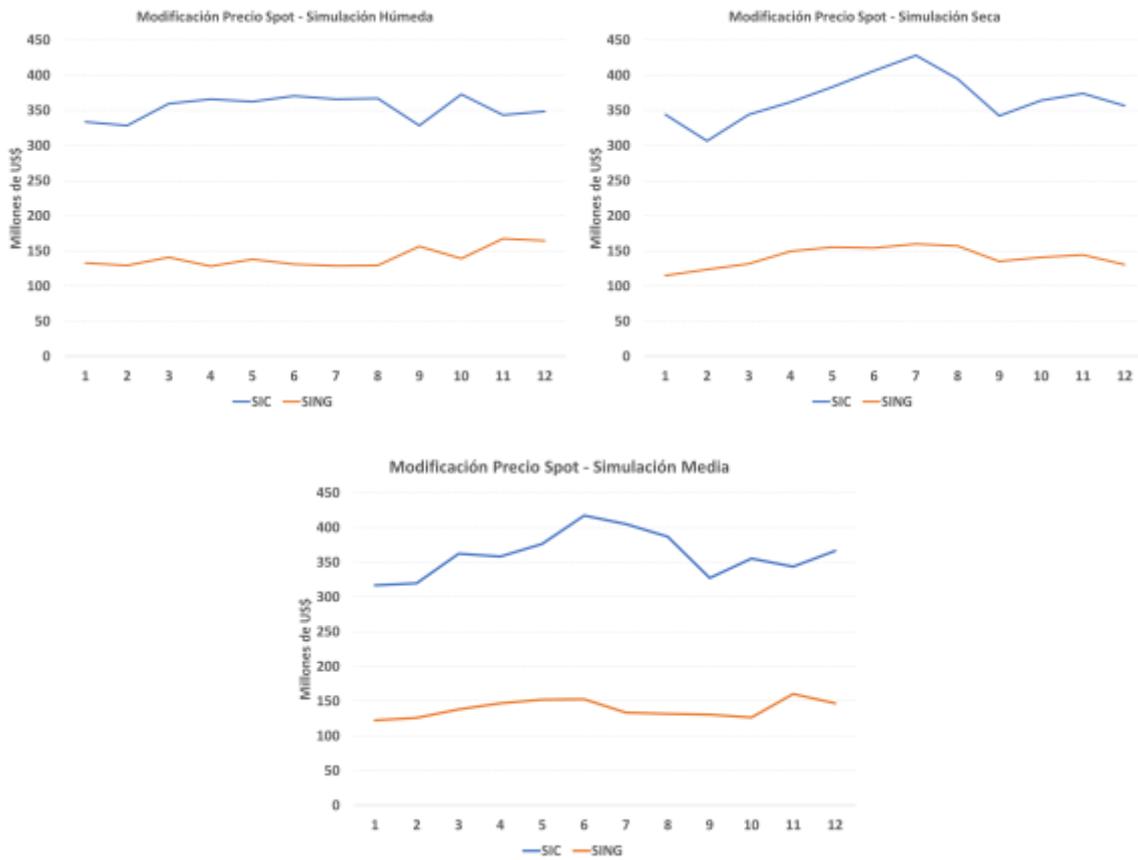


Figura 11: Pagos de la demanda, caso Modificación de Precios Spot, año 2030, según simulación.



Figura 12: Diferencia de los pagos de la demanda, caso Modificación de Precios Spot, año 2030, según simulación.

Como se puede observar en los resultados ilustrados anteriormente, el adicional que la demanda tiene que pagar, es mucho mayor en el caso de Modificaciones de Precios Spot que para el caso de MWP. Esto porque para el caso de MWP sólo los generadores cuyos costos operativos son mayores que los ingresos en el spot van a recibir un monto para compensar su perjuicio. Mientras que en el caso de la Modificación de Precio Spot, hay un aumento en el precio spot tal que el ingreso en el spot es mayor o igual que el costo operativo para todos los generadores. Esto es, si se verifica que para algún generador su costo operativo es mayor que su ingreso en el spot, el precio spot es aumentado lo que implica un aumento en el ingreso spot para todos los generadores, y la demanda tiene que pagar por este aumento.

Otro aspecto es la forma y evolución temporal de las curvas. En general para la mayoría de los meses en que el MWP es más alto, el adicional que la demanda tiene que pagar debido a Modificación de Precios Spot es más alto también, pero hay algunas diferencias en la forma y evolución temporal de las curvas aun cuando los despachos de generadores, valor del precio spot original y como consecuencia el *duality gap* es el mismo en los dos casos. Esto se debe a la forma como los dos mecanismos de compensación se calculan (ver Sección 6.3).

En efecto, es interesante notar que incluso cuando no existen compensaciones por pagos laterales (MWP) pueden haber cambios en los precios debido a costos no cubiertos – por

ejemplo, para los meses de enero y febrero, simulación húmeda (resultado ilustrado en la figura 10) no se verificó la necesidad de implementar pagos laterales en el SING, pero si hay modificaciones de precios spot, como puede ser visto en la figura 12. Esto ocurre porque mientras los pagos laterales (MWP) se calcularon ex post, como el costo no cubierto del “mes pasado” (y en donde horas en que las centrales eran inframarginales los excedentes en los ingresos compensan horas de déficit en los costos operativos) el procedimiento de modificación en los precios modifica el costo marginal hora a hora de forma que garantiza que los ingresos sean mayores que los costos operativos, incluyendo los costos no convexos, en forma horaria a cualquier generador.

Se observa, por los resultados ilustrados anteriormente, que cuando se utiliza pagos laterales el impacto sobre los costos marginales es bastante menor que cuando se utiliza Modificación de Precios Spot para compensar los costos no convexos. Para el sistema SIC se encuentra un aumento de aproximadamente 60% y de 50% para el SING. Esto se debe a que el caso Modificación de Precios Spot, el precio sube para todos los agentes, no sólo los que tienen que recuperar costos no convexos, produciéndose rentas inframarginales en todas aquellas centrales inframarginales, incluido centrales sin costos no convexos.

6.5 Impacto en los balances de inyecciones y retiros

El Coordinador Eléctrico Nacional (CEN) mensualmente realiza el Balance de Inyecciones y Retiros para todas las horas del mes. En este balance los generadores venden la energía generada, al costo marginal de la barra de inyección y compran la energía que retiran para abastecer sus contratos de suministro, al costo marginal de la barra de retiro. Si el generador compra más de lo que vende, entonces es deficitario, y le compra su déficit a los generadores excedentarios.

Tanto el mecanismo MWP como la Modificación de Precios Spot modifican este balance. A modo de ejemplo, se reporta para un grupo de generadores coordinados, cómo varía porcentualmente su balance de inyecciones y retiros. Para efectos de este ejercicio se ha asumido que en 2030, los generadores mantienen sus contratos actuales en cada nodo del sistema y que la demanda restante es contratada por el resto de los generadores. Es así que la siguiente reporta en valor absoluto, cómo cambiaría porcentualmente el balance de inyecciones y retiros con cada mecanismo, respecto del balance original que no incluye costos no convexos. La gráfica a continuación muestra para la simulación Media y el promedio de las semanas estudiadas.

Según se aprecia y como era de esperar las mayores variaciones ocurren en el caso Modificación de Precios Spot, las que pueden variar hasta un 100%. Mientras más deficitario sea la posición de un generador, mayores serán las compras de energía que deberá hacer. Por el contrario, mientras mayores sean sus excedentes, mayores serán sus ventas.

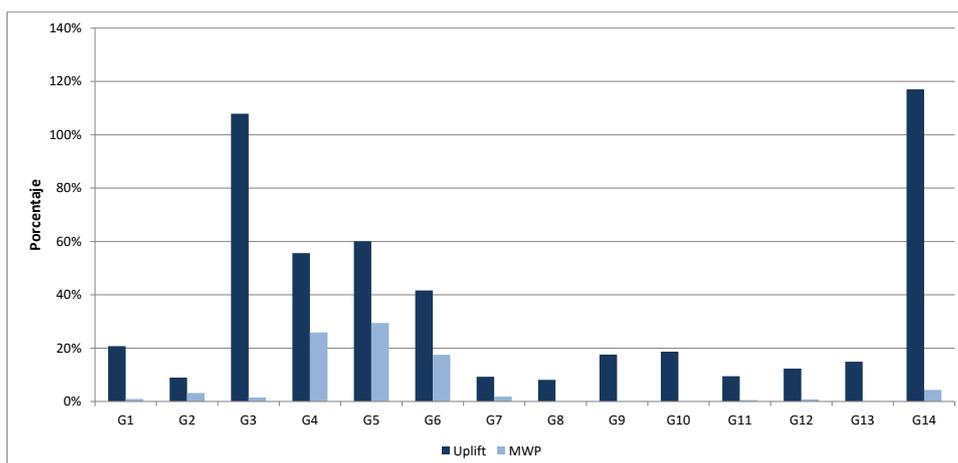


Figura 13: Cambio en el balance de inyecciones y retiros según sea el mecanismo de recuperación de los costos no convexos.

6.6 Comentarios

Se han estimado los potenciales efectos económicos que las distintas alternativas de tarificación de costos no convexos pueden originar en los generadores, mediante las simplificaciones expuestas en este estudio.

En el MWP el costo dividido en la demanda es pequeño y alcanza en promedio a 0,2 US\$/MWh que se agregan al costo marginal del sistema, valores similares a los que se mostraron para los mercados de USA. Por su parte, al incrementar el costo variable de las centrales termoeléctricas con los costos no convexos, el costo marginal se incrementa en promedio 21 US\$/MWh, debido a que se produce un aumento de precios para todos los generadores, no sólo los que tienen déficit de ingresos. Esta consecuencia debe ser estudiada en mayor detalle, porque puede llevar a resultados indeseados, como se analiza en capítulo siguiente. Indudablemente, la aproximación efectuada tiene mayor efecto en este caso, ya que con un aumento de precios spot, la respuesta de los generadores debiera modificar el plan de expansión proveniente de la expansión óptima.

Otro aspecto importante, es que para el caso de Modificación de Precios Spot, no existe una única forma de hacerlo, obteniéndose resultados muy volátiles dependiendo del horizonte en el cual se considera la recuperación de los costos no convexos, vale decir, en la medida que mayor sea el horizonte de tiempo, menor será el incremento del precio.

Por otra parte, el balance de inyecciones y retiros de los generadores puede sufrir variaciones significativas en el caso Modificación de Precios Spot, las que llegarían hasta un 100%, respecto de cómo sería el balance en la situación actual. Mientras más deficitario sea la posición de un generador, mayores serán las compras de energía que deberá hacer. Por el contrario, mientras mayores sean sus excedentes, mayores serán sus ventas. De este modo, se verifica, como era de esperarse, que una metodología u otra afecta en forma diferente a los generadores más contratados.

7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Background histórico

Históricamente, en lo que fue la primera mitad del siglo pasado y ya casi hasta los años 90, con la excepción de Chile e Inglaterra, los sistemas eléctricos fueron centralmente planificados y operados por agencias gubernamentales y servicios públicos verticalizados con tarifas reguladas. La razón principal para no basarse en el mecanismo de mercado fueron las economías de escala de los proyectos de generación hidroeléctrica y térmica, es decir, una planta de 1.000 MW era más barata, en US\$/MWh, que 10 plantas con una capacidad de 100 MW cada una.

El desarrollo de plantas de ciclo combinado a gas, que eran económicamente competitivas y no tenían economías de escala significativas, fue un componente crucial para el inicio de las reformas del mercado de la energía en todo el mundo. Un segundo componente fue la exitosa desregulación de la industria de telecomunicaciones, que sirvió de ejemplo a seguir por la industria eléctrica. El tercer componente crucial fue un marco conceptual para el diseño del mercado de la electricidad, proporcionado por el libro seminal *Spot Pricing of Electricity*, de Schweppe, Caramanis y Bohn del año 1988. De manera simplificada, los autores argumentaron que la energía eléctrica debe tratarse como un producto que puede ser comprado, vendido y comercializado, teniendo en cuenta sus valores y costos que varían en el tiempo y en el espacio. En su desarrollo, el precio marginal horario es la base del mercado de la energía porque proporciona las señales de eficiencia al mercado.

En efecto, en los mercados de electricidad los precios nodales eficientes que definen las decisiones de despacho de las unidades de generación, se pueden determinar minimizando el costo variable total de atender la demanda de electricidad en todos los nodos de la red de transmisión sujeto a todas las restricciones de transmisión y de operación relevantes, siempre y cuando todas las unidades de generación puedan despacharse continuamente entre su mínimo y máximo nivel de funcionamiento. Schweppe, Caramanis, Tabors y Bohn (1988) demuestran que el precio eficiente en cada nodo de la red es igual al aumento en el valor minimizado de la función objetivo como resultado de consumir un megavatio-hora (MWh) más de energía en ese nodo, valor conocido como costo marginal de energía en el nodo correspondiente.

La demostración clave del libro fue que, si no hay poder de mercado, el esquema de mercado spot inducirá la expansión de menor costo, es decir, la misma expansión que se obtendría mediante un esquema de planificación centralizado perfecto. En otras palabras, las señales de precios marginales son económicamente eficientes. Dado que los resultados de la planificación centralizada fueron decepcionantes en muchos países debido a la interferencia política, la gestión ineficiente de los organismos controlados por el Estado y otros factores, un esquema basado en el mercado que era demostrablemente eficiente atrajo gran interés en todo el mundo.

Un caso particular y extremadamente interesante es el de Chile, que introdujo mercados competitivos mucho antes (año 1982), aún sin presencia de ciclos combinados, pero debido

principalmente a las razones de ineficiencia de los mercados centralizados enunciadas anteriormente. Chile basó su marco regulatorio en el modelo clásico de Boiteux, que ya en los años 50 había demostrado la eficiencia económica de usar tarifas marginales, pero a diferencia de Schweppe et al., lo hacía en dos partes: energía y potencia.

Otra característica distintiva del mercado competitivo chileno es el uso de despacho por costos, así como un cargo explícito de capacidad que busca remunerar el aporte a la confiabilidad en forma regulada, siguiendo el modelo de Boiteux, que define el cargo de capacidad como el costo marginal de potencia (costo de la unidad más barata para dar la punta del sistema).

7.2 Eficiencia económica de los precios marginales

El elemento clave en la demostración de la eficiencia económica de las señales de precios marginales es la llamada igualdad *primal-dual*. Por ejemplo, supongamos que deseamos encontrar la forma más económica para un sistema compuesto por generadores j , con costos de operación $c_j, j = 1, \dots, J$ y capacidades $\{\bar{g}_j\}$, para abastecer una demanda d . Este denominado problema de despacho óptimo se representa mediante el siguiente modelo de optimización de programación lineal (LP):

$$\begin{aligned} z &= \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j \times g_j \\ \sum_{j=1}^J g_j &= d \\ g_j &\leq \bar{g}_j \text{ for } j = 1, \dots, J \end{aligned}$$

Es fácil ver que, para este caso simple, el problema se puede resolver mediante el esquema de orden de mérito: despachar los generadores en orden ascendente de sus costos variables hasta que se satisfaga la demanda. Si j^* es el generador marginal, el precio spot será c_{j^*} .

Para situaciones más complejas, por ejemplo, múltiples etapas, plantas hidroeléctricas, incertidumbres en los caudales, etc. se hace necesario resolver el problema de optimización LP. Hoy existen “LP solvers” que encuentran la solución óptima incluso para sistemas muy grandes en poco tiempo.

Un subproducto muy importante de la solución LP es el conjunto de variables duales, o “*precios sombra*”, asociados a cada restricción del problema LP. Las variables duales representan la sensibilidad de la solución óptima con respecto a los cambios incrementales en el lado derecho de las restricciones.

Se muestra a continuación el problema de despacho óptimo anterior, incluidas las variables duales:

$$z = \text{Min} \sum_{j=1}^J c_j \times g_j$$

$$\sum_{j=1}^J g_j = d \pi_d \leftarrow \text{variable dual}$$

$$g_j \leq \bar{g}_j \pi_{\bar{g}_j} \leftarrow \text{variable dual}$$

La variable dual π_d es la derivada del costo óptimo de operación z con respecto a un cambio marginal en la demanda d . Por lo tanto, corresponde al costo marginal del sistema (precio spot).

A su vez, las variables duales $\{\pi_{\bar{g}_j}, j = 1, \dots, J\}$ son las derivadas de z con respecto a los aumentos en las capacidades de generación $\{\bar{g}_j\}$. Se puede ver que $\pi_{\bar{g}_j}$ proporciona una señal económica para la expansión óptima del sistema: si el costo de inversión I_j de un incremento en \bar{g}_j es menor que la disminución correspondiente en los costos de operación, dada por el valor $\pi_{\bar{g}_j}$, entonces es económicamente beneficioso aumentar la capacidad; de lo contrario, el aumento no debe llevarse a cabo. Esto nos permite concluir que las decisiones de inversión descentralizadas coinciden con la solución de un problema de expansión centralizado, y ocurren en un mercado eficiente y en un sistema adaptado, cuando

$$-\pi_{\bar{g}_j} \geq I_j$$

Nota: el signo negativo se incluye en la expresión anterior porque $\pi_{\bar{g}_j}$ es un valor negativo (el costo de operación disminuye con un aumento en la capacidad de generación).

Por último, la llamada *igualdad primal-dual* de la teoría de LP establece que el valor óptimo de la solución z es igual a la suma de los productos de las variables duales por los lados derecho-correspondientes:

$$\sum_{j=1}^J c_j \times g_j = \pi_d \times d + \sum_{j=1}^J \pi_{\bar{g}_j} \times \bar{g}_j$$

Reordenando la ecuación, se obtiene:

$$\pi_d \times d = \sum_{j=1}^J c_j \times g_j - \sum_{j=1}^J \pi_{\bar{g}_j} \times \bar{g}_j$$

Recordando que $-\pi_{\bar{g}_j} \geq I_j$, la expresión queda:

$$\pi_d \times d \geq \sum_{j=1}^J c_j \times g_j + \sum_{j=1}^J I_j \times \bar{g}_j$$

Por último, reemplazando d por $\sum_{j=1}^J g_j$ e igualando los lados izquierdo y derecho para cada componente j , se llega a la expresión clave para la eficiencia de los precios spot:

$$\pi_d \times g_j \geq c_j g_j + I_j \times \bar{g}_j \text{ para } j = 1, \dots, J$$

De manera simplificada, la expresión indica que para expansiones perfectamente adecuadas provenientes de mercados eficientes²¹, los ingresos spot de un generador cubren (o superan) su costo de operación más su costo de inversión.

7.3 La teoría de los precios spot no se puede extender a problemas no convexos

La teoría de precios spot supone que el problema de operación es convexo. De lo contrario, la igualdad *primal-dual* y las propiedades de eficiencia que se han visto anteriormente ya no son válidas.

Una fuente importante de no convexidad son las restricciones de *unit commitment*. En este caso, la operación del sistema debe formularse como una optimización de programación *mixed integer programming* (MIP), como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
 z = \text{Min} \quad & \sum_j c_j \times g_j + \sum_j \phi_j \times y_j \\
 & \sum_j g_j = d \\
 & g_j - \bar{g}_j \times y_j \leq 0 \\
 & g_j - \underline{g}_j \times y_j \geq 0 \\
 & y_j \in \{0,1\}
 \end{aligned}$$

Dónde:

z costo de operación óptimo

$j = 1, \dots, J$ índices de las plantas térmicas

c_j costo variable de operación de la planta j

g_j energía producida por j

ϕ_j costo de unit commitment

y_j decisión de unit commitment (variable binaria)

d demanda

\bar{g}_j capacidad de generación máxima

\underline{g}_j generación mínima cuando se despacha

²¹ Cabe señalar que si existen inversiones ya establecidas, la solución planteada se mantiene, sólo que en este caso I_j es un valor "hundido", si se quisiera considerar aquí la inversión original, la ecuación mencionada no tiene por qué cumplirse.

Aunque los problemas MIP son en general mucho más difíciles de resolver que los problemas LP, hay “MIP solvers” comerciales muy eficientes que pueden manejar sistemas muy grandes en un tiempo razonable.

A diferencia de la formulación LP, no hay variables duales asociadas a las restricciones en un problema MIP, ni una igualdad primal-dual. Por lo tanto, se hace necesario crear una aproximación para determinar el precio spot.

La solución más común es calcular los multiplicadores de una *aproximación convexa* del problema de operación MIP. La *aproximación convexa* más simple es fijar todas las variables enteras en los valores de la solución óptima del problema de operación MIP, representada como $\{y_j^*\}$. Esto da como resultado el siguiente problema de *programación lineal* (LP):

$$\begin{aligned} \tilde{z} &= \text{Min} \sum_j c_j \times \tilde{g}_j \\ \sum_j \tilde{g}_j &= d \leftarrow \tilde{\pi}_d \\ \tilde{g}_j &\leq \bar{g}_j \times y_j^* \\ \tilde{g}_j &\geq \underline{g}_j \times y_j^* \end{aligned}$$

Donde el superíndice “~” indica que se está resolviendo una aproximación del problema de la operación. En el caso de un problema de LP, $\tilde{\pi}_d$ se calcula fácilmente como el multiplicador simplex de la ecuación de equilibrio de demanda.

Debido a que el problema de operación aproximado anterior es LP, entonces tiene variables duales ($\tilde{\pi}_d$ y otros) y se puede aplicar la *igualdad primal-dual*. Sin embargo, es importante observar que la función objetivo sólo incluye los costos de operación variables $\{c_j \times g_j\}$ pero no incluye los costos de *unit commitment* $\{\phi_j \times y_j\}$. La razón es que el *unit commitment* en este problema no es una variable de decisión, sino un valor conocido y_j^* que, como se mencionó, se tomó de la solución óptima de la operación del problema MIP.

Como consecuencia, el precio spot aproximado multiplicado por la demanda $\tilde{\pi}_d \times d$, ya no garantiza la recuperación de los costos de operación de los generadores. La diferencia entre los costos operativos reales de los generadores y sus ingresos spot se conoce como *duality gap*. El objetivo principal del presente estudio es evaluar alternativas metodológicas para obtener ingresos adicionales que “cierren” el *duality gap*. Antes de continuar con las posibles soluciones, es importante entender por qué la *duality gap* se ha convertido en un tema importante en muchos mercados de electricidad.

7.4 Las energías renovables variables (ERV) y el “Duality Gap”

Las energías renovables variables (ERV), como la energía eólica y solar, han traído importantes beneficios económicos y medioambientales a muchos países de todo el mundo. Sin embargo, debido a su intermitencia, la inserción de ERV ha aumentado la necesidad de reservas de generación. En el estudio para Generadoras de Chile en el año 2018, PSR utilizó una metodología llamada *Dynamic Probabilistic Reserve* (DPR) para definir la reserva

requerida para cada hora en el período diario y para cada mes. La misma metodología se ha aplicado desde entonces a los estudios de inserción renovable en Colombia, Bolivia, Perú y Brasil. También se ha aplicado al sistema belga una metodología probabilística dinámica similar, desarrollada independientemente por el grupo Elia.

El requisito de reserva adicional relacionado con ERV, a su vez, da lugar a una mayor frecuencia de *unit commitments* y, por lo tanto, a una mayor brecha entre los ingresos spot y los costos de operación (en el estudio anterior de Generadoras de Chile, este aumento de los costos de operación se conoció como el *costo de la flexibilidad*). Esta brecha se incrementa aún más porque los recursos de ERV, que no tienen costos operativos variables, tienden a disminuir los precios spot, disminuyendo así los ingresos spot. En el extremo, los precios spot en un sistema dominado por VRE pueden llegar a cero en varias horas a lo largo del día, creando una "brecha del 100%". En resumen, la ERV puede causar una "*espiral de duality gap*": aumento de las ERVs → aumento de la reserva → aumento de los *unit commitments* y precios spot más bajos → *duality gap* aumenta.

Otro factor que puede estar aumentando la *duality gap* ha sido identificado recientemente por PSR e investigadores en América del Norte: en la mayoría de los sistemas, la cantidad de reserva de generación relacionada con ERV se calcula externamente y se representa como una *restricción* en el problema de operación. Sin embargo, esto es en realidad una *aproximación* del problema "verdadero", que es un modelo de optimización estocástica donde la operación y los costos de reserva probabilística se co-optimizan conjuntamente (O'Neill, Sotkiewicz, Hobbs, Rothkopf, Stewart (2005)). Esta aproximación de un problema de optimización más complejo por un problema más simple con restricciones adicionales tiene el mismo efecto que el modelo aproximado de LP con decisiones de compromiso sustituidos por valores fijos: una disminución del precio spot y, por lo tanto, un aumento en la *duality gap*.

7.5 Alternativas para "cerrar" el *duality gap*

- En un mercado como el chileno, que tiene una alta penetración de ERV, es relevante intentar "cerrar" el *duality gap* e incorporar los costos no convexos manteniendo los principios de eficiencia económica de la teoría marginalista, que busca una operación y expansión que permita abastecer la demanda a mínimo costo, para un nivel definido de calidad de suministro.
- Básicamente existen dos alternativas metodológicas para "cerrar" la *duality gap*, y que se evaluaron en el presente estudio (Capítulo 5):
 - "Make Whole Payments" o pagos laterales: se calcula e para cada generador un "pago lateral" que cubra el déficit entre los ingresos spot y el costo de operación.
 - Ajustar los precios spot (en la práctica, aumentarlos) para asegurarse de que los ingresos spot de los productores cubran su costo de operación. Esta opción se aplica adaptándola al modelo chileno, esto es metodología que permita la incorporación de los costos no convexos en los costos variables no combustibles, siguiendo la lógica de transformarlos a convexos en cierto rango.

Es importante observar que ambas alternativas son "equivocadas", en el sentido de que no garantizan la eficiencia de los precios como en la teoría de los precios spot convexa. El punto entonces es evaluar cual alternativa es "menos equivocada" que la otra.

Tal como se mostrara en el Capítulo 5, la evaluación ideal sería determinar la expansión del sistema que resultaría de las dos alternativas anteriores y calcular el costo promedio correspondiente para los consumidores (ACC), en \$/MWh. En el caso de los pagos laterales, el ACC queda dado por los ingresos spot más los pagos laterales (\$) divididos por la demanda total (MWh). En el caso de ajustes de precios spot, el ACC es el ingreso spot dividido por la demanda total.

En el estado del arte actual, según el conocimiento de los autores, hasta el momento no se ha desarrollado una metodología que pudiera llevar a cabo el análisis anterior. Un logro importante del presente estudio ha sido la presentación del diseño de un nuevo algoritmo (basado en la optimización bilevel) que tiene las propiedades deseadas, el cual se explica y desarrolla conceptualmente en el capítulo 5, pero que no ha sido implementado aún, y que tampoco puede ser implementado en este estudio, dadas las limitaciones de tiempo para su desarrollo. Es por esta razón que en el Capítulo 6 se usó la aproximación descrita en dicho capítulo para poder estimar los efectos económicos de cada alternativa.

La aproximación usada permite arribar a la opción "menos mala", identificada como la de menor costo para el consumidor.

7.6 Conclusiones y alternativa recomendada

Como ya se indicara, la novedad de este estudio con respecto a los esquemas actuales, es que se propone la expansión óptima como parámetro de eficiencia de la alternativa a seleccionar. Es decir, esta consultoría definió y describió conceptualmente un enfoque para evaluar el rendimiento relativo de cada alternativa en base a cuál conduce a la expansión de menor costo para los consumidores asumiendo que los proveedores eficientes recuperan todos sus costos en la modalidad definida para cada alternativa. Dado que la implementación de este enfoque no está aún desarrollada, en una primera etapa se debe definir una recomendación en base a los atributos, ventajas y desventajas de cada alternativa, de acuerdo al conocimiento actual, mientras se desarrolla e implementa la metodología para aplicar el enfoque propuesto.

7.6.1 Ventajas y desventajas de las alternativas analizadas

A continuación se analizan las bondades de cada alternativa y cuán relevantes son para el contexto chileno, de modo de establecer una propuesta final factible de aplicar en el mercado eléctrico chileno.

Como ya se mencionara, no hay una elección clara entre las distintas alternativas desde el punto de vista de eficiencia económica. El estado de desarrollo de los distintos esquemas sugiere que la cuestión de los precios en los mercados con no convexidades sigue siendo hasta el día de hoy un desafío abierto en el campo de la economía, existiendo hasta ahora resultados limitados sobre los efectos en los precios y en la eficiencia económica que traen.

En este Informe se analizaron los distintos enfoques, determinando las ventajas y desventajas, y cuales pueden implementarse de una mejor forma en Chile, considerando los aspectos económicos y de diseño del mercado chileno, como por ejemplo el despacho por costos, entre otros. Asimismo, este estudio adicionó una forma de estimar los efectos en los precios de las distintas alternativas, determinando que la alternativa de Modificación de Precios Spot origina aumentos importantes en la remuneración de todos los generadores, no sólo aquellos que necesitan recuperar costos no convexos (ver capítulo 6), efecto que al día de hoy no está suficientemente analizado, existiendo sólo el caso del mercado MISO que está en fase de experimentación

En efecto, MISO ha estado trabajando en el desarrollo de un esquema de LMP extendido (ELMP), una versión limitada de "convex hull pricing", aplicado a recursos de partida rápida (FSR) durante casi diez años antes de implementar la Fase I de ELMP en marzo del 2015 y su Fase II en mayo de 2017. Esto sólo se hizo después de años de estudio, simulaciones de mercado, discusiones de las partes interesadas, e interacciones con los investigadores académicos.

Teniendo en cuenta los desafíos computacionales y la estructura de mercado existente, MISO implementó ELMP en forma escalonada. La implementación ha llevado a pequeños (menos que \$2/MWh) aumentos anuales de los precios promedio, pero hay un potencial de aumento de precios más grande durante las condiciones más extremas. MISO está considerando actualmente la implementación de la Fase III de ELMP, aplicándola no sólo a los FSR.

Cabe indicar que los valores indicados para la experiencia de MISO son bastante inferiores a los encontrados en la estimación realizada para el sistema chileno, basada en los resultados del estudio PSR y Moray (2018) y desarrollada en el Capítulo 6.

El aumento de precios origina no sólo un aumento de los costos para los consumidores, sino que también otra posible consecuencia de la "extra" remuneración spot para los recursos variables, es la denominada "espiral del *duality gap*" ya mencionada anteriormente: aumento de la remuneración a las ERVs → aumento de la ERVs → aumento de la reserva → aumento de los *unit commitments* y precios spot a la baja → *duality gap* más alta → ajustes de precios spot al alza → aumento de las ERVs, y así sucesivamente.

Por otra parte, y mientras no se desarrolle la metodología "ideal" mencionada en este estudio, la opción de modificar los precios no es única y no conduce a despachos eficientes, teniéndose por ende resultados muy volátiles y dependientes de la metodología que se use, los tiempos de recuperación de los costos no convexos (horario, diario, semana, anual). Adicionalmente, se observa una problemática adicional cuando son las centrales de punta las que tienen que recuperar costos fijos no convexos, ya que aunque ellos sean menores, al tener que dividirlos por poca energía, los costos sufren importantes aumentos. Esto podría solucionarse dividiendo, por ejemplo, por la capacidad de la unidad de punta, valor que puede no ser representativo de la energía producida en unidades de punta, dependiendo del período que se defina para la recuperación de costos.

Por las razones anteriores, y aun reconociendo que la alternativa de modificar los precios spot tiene importantes bondades en lo que se refiere a señales de expansión e incentivo a nuevas tecnologías flexibles, el estado del arte actual y los efectos indeseados aún no lo suficientemente analizados, hacen que esta alternativa no sea recomendable en este momento.

Por su parte, la opción de pagos laterales es simple y transparente en su aplicación, existe suficiente experiencia en los mercados de USA, y es fácilmente aplicable en un esquema de despacho por costos como el chileno. Esta opción requiere si de mecanismos de asignación de pago adecuados y mejorar todos los aspectos del marco regulatorio asociados a señales de precio, ya que esta alternativa no los origina en sí. Asimismo, debe existir un importante control de costos, para que ellos no suban indiscriminadamente.

La tabla siguiente resume las ventajas y desventajas de cada alternativa.

Tabla 6: Ventajas y desventajas de los mecanismos de recuperación de costos no convexos

Mecanismo	Ventajas	Desventajas
MWP	<p>Mas simple</p> <p>En principio produce menores costos a la demanda</p> <p>Permite recuperar costos</p> <p>Mayor estabilidad de precios</p> <p>Se puede seleccionar el período de recuperación</p> <p>Metodología probada que se aplica en todos los mercados de USA</p>	<p>No otorga señales de eficiencia => los precios no reflejan todos los costos de la operación => no hay incentivos a tecnologías flexibles</p> <p>Podría haber aumento indiscriminado si no hay buen control de costos</p> <p>Requiere de un adecuado mecanismo de asignación, como por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • contratos de suministro pueden ser un buen proxy, pero requieren de cambio en el diseño para el caso regulado • Establecer un day ahead • No todos los pagos a la demanda
Ajuste precio spot	<p>Todas las señales de expansión quedarían en los precios</p> <p>Permite recuperar costos</p> <p>No requiere de mecanismos de asignación como el caso de los pagos laterales</p> <p>Incentivo a nuevas tecnologías flexibles</p>	<p>Múltiples formas de incorporar a precio</p> <p>Alta volatilidad en los precios, si el período de recuperación es corto</p> <p>Precios aumentan mucho si son las centrales marginales las que tienen costos fijos no convexos</p> <p>Produce rentas infra marginales a las VRE → “espiral del duality gap”</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recomendable también day ahead <p>Solución ideal no implementada aún</p> <p>Sólo en fase experimental , siendo MISO el más avanzado</p>

7.6.2 Alternativa recomendada

Analizando las ventajas y desventajas de cada opción, esta Consultoría recomienda la aplicación de un régimen de "pago lateral" a corto plazo como alternativa de "menor arrepentimiento". En el futuro, después de estudios más detallados de las consecuencias de las alternativas de "cierre de duality gap" en la expansión del sistema, lo que podría hacerse mediante el algoritmo diseñado conceptualmente para este propósito (optimización bilevel) y también de un seguimiento del avance de las fases experimentales en USA, se recomienda revisar la decisión.

Se estima que el período necesario para completar los estudios antes mencionados debiera ser de uno a dos años, de modo que se recomienda iniciarlos ahora y al cabo del tiempo descrito, efectuar la revisión de la recomendación.

Esta recomendación se ve más prudente, sobretodo que en los próximos años y de acuerdo al estudio de PSR y Moray (2018), todavía no se identifican grandes costos de flexibilidad.

Respecto al período de liquidación de los pagos laterales, se sugiere un período corto (horario o diario), que permita la efectiva recuperación de los costos no convexos para cada generador, evitando que rentas inframarginales legítimas obtenidas en otras horas, de alguna forma sean usadas para compensar los pagos laterales.

Se proponen los pagos laterales clásicos, esto es, el pago lateral corresponde a menos la diferencia negativa entre ingresos - provenientes del problema Mixed Integer Linear Problem (MILP) reformulado como Linear Problem (LP) - y los costos operativos.

En relación a los costos de arranque y parada de las unidades de punta, que en general producen problemas cuando se incorporan a ajustes de precio, se propone mantenerlos como "pagos laterales" siempre, aun cuando el resultado de la revisión indicara que es mejor adoptar a futuro la opción de modificación en los precios.

7.7 Asignación de pagos

Como ya se indicó, el mecanismo de "pagos laterales" no origina señales de precio, de modo que debe ir acompañado de una correcta asignación de pagos. En un principio, y mientras estos costos no sean altos y se puedan controlar bien, no se ve inconveniente en incorporarlos a la demanda, como es la experiencia en casi todo el mundo; sin embargo, se recomienda desarrollar y aplicar mecanismos de asignación de pagos diferenciados, de acuerdo a la identificación de los causantes, mediante metodologías tales como Aumann-Shapley (Max et al. 2007). Esto resulta particularmente relevante si la revisión mencionada indicara que la opción de "pagos laterales" debiera mantenerse.

Es interesante referirse al hecho de que Chile no tiene un esquema de planificación centralizada, existiendo sólo un proceso de planificación en la normativa que no resulta vinculante para los actores del mercado y que sirve principalmente para definir ciertos insumos en los procesos de planificación de la expansión de transmisión, como por ejemplo polos de desarrollo energético que requieran de sistemas de transmisión para el conjunto.

En cambio, la expansión viene dada por las señales de mercado y las decisiones de los agentes, siendo una vía relevante los contratos de suministro de Largo Plazo, ya sea con clientes regulados o clientes libres, que permiten financiar y rentabilizar las inversiones. En ambos mercados, con reglas diferentes en cuanto a la gobernanza de los contratos, los precios se despejan en competencia.

Para el mercado de contratos, en el caso de los clientes regulados que es donde se pueden definir reglas por parte del regulador, se debe mejorar el diseño de Contratos Regulados para que generadores internalicen todos los costos en sus ofertas, incluidos los costos no convexos. Esto resulta relevante en un esquema de “pagos laterales”, ya que deberán ser los generadores quienes “armen” un conjunto adecuado de ofertas que otorgue el suministro integral con todos sus atributos, de modo que no quede fuera ninguno que deba ser resuelto después en la operación del sistema y termina siendo traspasado a la demanda, con los mayores costos que ello conlleva, y que haría que el precio de contrato ofrecido no sea el precio final que paga la demanda y por ende no se sabe si la suma de los precios ofrecidos más los costos laterales (que es lo que paga la demanda al final) es la combinación más eficiente.

Para lograr lo anterior, la demanda debe licitar todo su requerimiento y los generadores “armar” la tecnología o conjunto de tecnologías que entregue el producto con todas sus necesidades, lo que se incorpora al precio ofrecido.

De no ser así, esta sería otra fuente de espiral del *duality gap*, ya que si los generadores variables no internalizan todos los costos y se adjudican contratos, aumenta la VRE y por ende aumenta la necesidad de reservas y “unit commitments”, disminuye el precio spot y aumenta el “*duality gap*”, y así sucesivamente.

En lo que se refiere al mercado spot, los agentes podrían invertir sólo para quedarse en este mercado, opción que en Chile ha ido desapareciendo después de los cortes de gas en 2004 y la irrupción de energías renovables en 2015. Sin embargo, es importante también aquí dar la señal correcta a los generadores, de modo que ellos tengan la referencia correcta y ello se logra incorporando un despacho vinculante “day ahead”, en el cual los generadores que usan recursos primarios debieran indicar la cantidad a ser considerada en el despacho, el que puede seguir siendo de costos. Luego en el despacho en tiempo real, los generadores que se desvíen deben pagar los recursos que se requirieron para la operación del sistema, no contemplados en el predespacho.

Cabe señalar que Chile tiene en cierta medida esta señal económica de que el que se desvía paga, pero eso ocurre cuando están contratados, siendo los generadores sin contratos no pagadores de los recursos adicionales, aun cuando sean ellos responsables. El “day ahead” equivale a que el balance de inyecciones y retiros se hace al momento del “day ahead” y toda otra desviación posterior es “suma cero” entre generadores, luego los generadores se verán obligados a cuantificar los posibles costos e incorporarlos en sus ofertas de contratos de largo plazo, cerrando el círculo de las señales. Los clientes por su parte, pagarían un precio que incluye todos estos costos, pero despejados en competencia, y ya no tendrían pagos laterales adicionales.

7.8 Conexión con estrategia de flexibilidad del gobierno

En lo referente a costos no convexos de flexibilidad, la estrategia de flexibilidad propuesta por el Gobierno, señala mantener pagos laterales para mínimos técnicos, costos de partida cuando corresponda y costo asociado a nuevos estados operativos (ej: embancamiento), lo cual está en línea con la propuesta de transición de esta Consultoría.

En cuanto a costos de ciclaje, se plantea incorporarlos en los costos variables no combustibles (CVNC). A este respecto, y de acuerdo a lo analizado en este informe y a la experiencia internacional, no existe ningún mercado que incorpore los costos no convexos de flexibilidad a los precios (o CVNC para el caso de Chile), siendo MISO el más avanzado en una fase experimental. Como se analizó, existen al menos 5 maneras de incorporar a precio estos costos, pero ninguna hasta ahora garantiza una señal eficiente para el despacho económico, y como se mencionara Pereira y Granville están desarrollando una metodología que mejora la técnica Primal-Dual tratada por Ruiz y Conejo en 2013, pero también se encuentra en fase de desarrollo. Además de los problemas planteados, las distintas opciones de modificación de CVNC generan problemas de volatilidad y altos precios, que pueden transformarse en sobrerentas no deseadas, de modo que parece más prudente en esta etapa en Chile, incorporarlos como pagos laterales, que producen una mayor estabilidad en precios. Una vez que se avance en el desarrollo de la metodología expuesta en este informe y que se tenga mayor detalle de las experiencias internacionales, se podría pensar en avanzar a una modificación de CVNC.

7.9 Instrumentos regulatorios

A continuación se indica la reglamentación que debe modificarse para implementar las propuestas establecidas en este informe:

Reglamento Coordinación de la Operación del SEN:

Este reglamento en su versión más reciente ya incluye los costos de arranque y parada como pagos laterales, habría que generalizar a todos los costos no convexos y definir la metodología de determinación en dos pasos (también señalada en reglamento), en el sentido de que los costos marginales provienen del problema MILP ya relajado a LP y por ende los costos de arranque y parada no se consideran el cálculo del costo marginal.

En caso de introducir “day ahead”, este reglamento debe modificarse en su Título III, Capítulos 1, y 3 y el Título IV completo.

Se deben modificar también en concordancia al Reglamento:

- Norma Técnica de Costos Marginales
- Norma Técnica de Costos Variables
- Norma Técnica de Programación de la Operación

Ley Eléctrica:

En caso de que se introduzca day ahead, además de la modificación de los instrumentos indicados anteriormente, probablemente se requiera cambio de la Ley, en lo que se refiere a las transferencias de inyecciones y retiros, mencionadas en los artículos:

Artículo 72°-3.- Coordinación del Mercado Eléctrico. Asimismo, le corresponderá al Coordinador la coordinación y determinación de las transferencias económicas entre empresas sujetas a su coordinación, para lo que deberá calcular los costos marginales instantáneos del sistema, las transferencias resultantes de los balances económicos de energía, potencia, servicios complementarios, uso de los sistemas de transmisión, y todos aquellos pagos y demás obligaciones establecidas en la normativa vigente respecto del mercado eléctrico.

y

Artículo 149º.- ...Las transferencias de energía entre empresas eléctricas, que posean medios de generación operados en sincronismo con un sistema eléctrico y que resulten de la aplicación de la coordinación de la operación a que se refiere el artículo 72°-1, serán valorizadas de acuerdo a los costos marginales ...

El punto aquí es el concepto de costo marginal instantáneo, que existiría tanto en el tiempo real como en el “day ahead”, ambos son costos marginales instantáneos, pero medidos en distintos instantes de tiempo. Esto podría ser resuelto vía reglamentos, pero para mayor claridad podría precisarse en los artículos mencionados.

Finalmente, si se quisiera modificar los contratos regulados, esto debe hacerse a nivel de las Bases de Licitación solamente.

8 REFERENCIAS

- Araoz V., Jörnsten K. (2011). Semi-Lagrangian approach for price discovery in markets with non-convexities. *Europ. J. Oper. Res.* 214(2):411-417.
- Balevic, D., S. Hartman, y R. Youmans, (2010). Heavy-duty gas turbine operating and maintenance considerations, GE Energy, GER-3620L.1.
- Bjørndal M. and Jörnsten K. (2008). Equilibrium prices supported by dual price functions in markets with nonconvexities. *Europ. J. Oper. Res.* 190(3):768-789.
- Bjørndal M. and Jörnsten K. (2010). A partitioning method that generates interpretable prices for integer programming problems. Rebennack S, Pardalos P.M., Pereira M.V.F., Iliadis N.A., eds. *Handbook of Power Systems II, Energy Systems*, Springer, 337-350.
- Cerisola, S., Latorre J., y A. Ramos, (2012). Stochastic dual dynamic programming applied to nonconvex hydrothermal models, *European Journal of Operational Research* 218, 687–697.
- CNE (2015). Anexo Técnico: Determinación de Parámetros Para los Procesos de Partida y Detención de Unidades Generadoras, Comisión Nacional de Energía de Chile.
- Dempe, S. (2018). Bilevel optimization: theory, algorithms and applications. Preprint - Fakultät für Mathematik und Informatik.
- Denny, E. y M. O'Malley (2009). The impact of carbon prices on generation-cycling costs. *Energy Policy*, 37(4):1204– 1212.
- Drbal, L., K. Westra, y P. Boston (2012). *Power plant engineering*. Springer Science & Business Media.
- Eller, D. (2017). *Energy Storage Trends and Opportunities in Emerging Markets*, IFC and ESMAP.
- Elliott, T., K. Chen, y R. Swanekamp (1998). *Standard Handbook of Powerplant Engineering*. McGraw-Hill Education.
- Galiana F.D., Motto A.L., Bouffard F. (2003). Reconciling social welfare, agent profits, and consumer payments in electricity pools. *IEEE Trans Power Syst.* 18(2):452-459.
- Gomory R.E., Baumol W.J. (1960). Integer programming and pricing. *Econometrica* 28(3):521-550.
- Gribik P.R., Hogan W.W., Pope S.L. (2007). Market-clearing electricity prices and energy uplift. Working Paper, John F. Kennedy School of Government, Harvard University.
- Hermans, M., K. Bruninx, y E. Delarue (2018). Impact of CCGT Start-up Flexibility and Cycling Costs Towards Renewables Integration, DOI 10.1109/TSTE.2018.2791679, *IEEE Transactions on Sustainable Energy*.

- Herrero I., Rodilla P. and Batlle C. (2015). Electricity market-clearing prices and investment incentives: The role of pricing rules. *Energy Economics*, Volume 47, January 2015, Pages 42-51.
- Hogan W.W., Ring B.J. (2003). On minimum-uptift pricing for electricity markets. Working Paper, John F. Kennedy School of Government, Harvard University.
- Holdsworth, S., E. Mazza, L. Binda, y L. Ripamonti (2007). Development of thermal fatigue damage in 1CrMoV rotor steel. *Nuclear Engineering and Design*, 237(24): 2292–2301.
- Holmstrom, S. y P. Auerkari (2013). A robust model for creep-fatigue life assessment. *Materials Science and Engineering*, 559:333–335.
- Kumar, N., P. Besuner, S. Lefton, D. Agan, y D. Hilleman (2012). Power plant cycling costs, preparado para NREL por Intertek APTECH, California.
- Lefton, S. A. y P. Besuner (2006). The cost of cycling coal fired power plants, *Coal Power Mag.*, pp. 1–63.
- Lefton, S. A., P. M. Besuner, G. P. Grimsrud, R. J. Schreiber, G. L. Norman, J. A. Vaughn, y A. C. Crawford (1996). Using Fossil Plants in Cycling Mode: Real Costs and Management Responses. EPRI Conference on Managing Fossil Generating Assets in the Emerging Competitive Marketplace, Washington, DC.
- Liberopoulos, y Andrianesis (2015). Critical Review of Pricing Schemes in Markets with Non-Convex Costs. Department of Mechanical Engineering, University of Thessaly.
- Max Junqueira, Luiz Carlos da Costa, Jr., Luiz Augusto Barroso, Gerson C. Oliveira, Luiz Mauricio Thome and Mario Veiga Pereira (2007). An Aumann-Shapley Approach to Allocate Transmission Service Cost Among Network Users in Electricity Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 22, No. 4, pp. 1532-1546, November.
- Motto A.L., Galiana F.D. (2002). Equilibrium of auction markets with unit commitment: The need for augmented pricing. *IEEE Trans Power Syst.* 17(3):798-805.
- Nagesha, A., R. Kannan, P. Parameswaran, R. Sandhya, K. Rao, y V. Singh (2010). A comparative study of isothermal and thermomechanical fatigue on type 316L(N) austenitic stainless steel. *Materials Science and Engineering: A*, 527(21):5969–5975.
- O'Neill R.P., Sotkiewicz P.M., Hobbs B.F., Rothkopf M.H., Stewart W.R. Jr (2005). Efficient market-clearing prices in markets with non-convexities. *Europ. J. Oper. Res.* 164(1):269-285.
- Pereira-Bonballet. E., S. Pushell, M. Matus, R. Moreno (2016), Optimizing hydrothermal scheduling with non-convex irrigation constraints: Case on the Chilean electricity system, *Energy Procedia* 87132 – 140.
- PJM (2017). Cost Development, May 15.

- PSR y Moray (2018). Análisis de Largo Plazo para el Sistema Eléctrico Nacional de Chile Considerando Fuentes de Energía Variable e Intermitentes, preparado para la Asociación de Generadoras de Chile.
- Rodilla. P., S. Cerisola, y C. Batlle (2014). Modeling the Major Overhaul Cost of Gas-Fired Plants in the Unit Commitment Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume: 29 , Issue: 3, mayo.
- Scarf H. E. (1994). The allocation of resources in the presence of indivisibilities. *J. Econ. Perspectives* 8(4):111-128.
- Schiro, D., T. Zheng, F. Zhao, y E. Litvinov (2015). Convex Hull Pricing in Electricity Markets: Formulation, Analysis, and Implementation Challenges. *IEEE Transactions on Power Systems* 31, no. 5: 4068-4075.
- Seifert, T. y H. Riedel (2010). Mechanism-based thermomechanical fatigue life prediction of cast iron - part i: models. *International Journal of Fatigue*, 32(8):1358–1367.
- Starr, F. (2003). Effects of cyclic operation on advanced energy conversion systems. *Materials at high temperatures*, 20 (1):27–37.
- Troy, N., D. Flynn, M. Milligan, y M. O’Malley (2012). Unit commitment with dynamic cycling costs. *IEEE Transactions on Power Systems*, 27(4):2196–2205.
- Van den Bergh, K., T. Legon, E. Delarue, y W. D’haeseleer (2016). Long-term cycling costs in short-term unit commitment models. In 2016 13th International Conference on the European Energy Market (EEM) (pp. 1-5). IEEE.
- Van Vyve M. (2011). Linear price for non-convex electricity markets: Models and algorithms. Discussion Paper. 2011/50, CORE-UCL, Belgium.
- Wang G. (2013). Design and operation of electricity markets: Dynamics, uncertainty, pricing and completion, PhD Dissertation, Dept Electr Comp Engr, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Wang G., Shanbhag U.V., Meyn S.P. (2012). On Nash equilibria in duopolistic power markets subject to makewhole uplift. *Proc. 51st IEEE Conf. Decision Control (CDC 2012)*, Maui, Hawaii, 472-477.
- Zou, J., Ahmed, J., Sun, X. (2018). Stochastic dual dynamic integer programming, *Math. Program., Ser A*.

ANEXOS

A. ANÁLISIS DE LA RECUPERACIÓN DE COSTOS EN EL PROBLEMA DE OPERACIÓN

En este anexo analizamos la recuperación de costos en la generación cuando todas las variables binarias se consideran continuas.

Cuando se considera que las variables binarias son continuas en el problema (23), la restricción (e) se reescribe como:

$$\vartheta_{h,i} \leq 1, \eta_{h,i} \leq 1 \quad (\text{A.1})$$

Las condiciones de optimización asociadas al problema de LP son iguales a:

Viabilidad primaria	Multiplificadores	Condición de complementariedad	
$\sum_i g_{h,i} = d_h$	π_d		(A.2)

$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i$	$\pi_{\bar{g}_{i,h}}$	$(g_{h,i} - \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i) \times \pi_{\bar{g}_{i,h}} = 0$	(A.3)
---	-----------------------	---	-------

$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i$	$\pi_{\underline{g}_{i,h}}$	$(g_{h,i} - \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i) \times \pi_{\underline{g}_{i,h}} = 0$	(A.4)
---	-----------------------------	---	-------

$\eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i}$	$\theta_{h,i}$	$(\eta_{h,i} - \vartheta_{h,i} + \vartheta_{h-1,i}) \times \theta_{h,i} = 0$	(A.5)
---	----------------	--	-------

$\vartheta_{h,i} \leq 1$	$\pi_{\vartheta_{i,h}}$	$(\vartheta_{h,i} - 1) \times \pi_{\vartheta_{i,h}} = 0$	(A.6)
--------------------------	-------------------------	--	-------

Viabilidad dual	Variables primarias	Condición de complementariedad	
$\pi_{d_h} + \pi_{\bar{g}_{i,h}} + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \leq c_i$	$g_{i,h}$	$(\pi_{d_h} + \pi_{\bar{g}_{i,h}} + \pi_{\underline{g}_{i,h}} - c_i) \times g_{h,i} = 0$	(A.7)

$\pi_{\bar{g}_{i,h}} \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \times \underline{g}_i + \theta_{h,i} - \theta_{h+1,i} - \pi_{\vartheta_{i,h}} \leq 0$	$\vartheta_{h,i}$	$(\pi_{\bar{g}_{i,h}} \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \times \underline{g}_i + \theta_{h,i} - \theta_{h+1,i} - \pi_{\vartheta_{i,h}}) \times \vartheta_{h,i} = 0$	(A.8)
--	-------------------	--	-------

$k_i - \theta_{h,i} \geq 0$	$\eta_{h,i}$	$(k_i - \theta_{h,i}) \times \eta_{h,i} = 0$	(A.9)
-----------------------------	--------------	--	-------

$\pi_{\bar{g}_{i,h}} \leq 0$			(A.10)
------------------------------	--	--	--------

$\pi_{\underline{g}_{i,h}} \geq 0$			(A.11)
------------------------------------	--	--	--------

$\pi_{\vartheta_{i,h}} \leq 0$			(A.12)
--------------------------------	--	--	--------

Considerando la condición de complementariedad (A.7),

$$\pi_{d_h} \times g_{h,i} = -\pi_{\bar{g}_i,h} \times g_{h,i} - \pi_{\underline{g}_i,h} \times g_{h,i} + c_i \times g_{h,i} \quad (\text{A.13})$$

considerando la condición de complementariedad (A.3) ,

$$-\pi_{\bar{g}_i,h} \times g_{h,i} = -\vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i \times \pi_{\bar{g}_i,h} \quad (\text{A.14})$$

considerando la condición de complementariedad (A.4)

$$-\pi_{\underline{g}_i,h} \times g_{h,i} = -\vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \times \pi_{\underline{g}_i,h} \quad (\text{A.15})$$

considerando las condiciones de complementariedad (A.8), (A.12)

$$\begin{aligned} -\vartheta_{h,i} \times (\pi_{\bar{g}_i,h,2} \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_i,h} \times \underline{g}_i) &= \vartheta_{h,i} \times (\theta_{h,i} - \theta_{h+1,i} - \pi_{\bar{g}_i,h}) \\ &\geq \vartheta_{h,i} \times (\theta_{h,i} - \theta_{h+1,i}) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Entonces,

$$\begin{aligned} \sum_h \left(-\vartheta_{h,i} \times (\pi_{\bar{g}_i,h,2} \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_i,h} \times \underline{g}_i) \right) &\geq \sum_h (\vartheta_{h,i} \times (\theta_{h,i} - \theta_{h+1,i})) \\ &= \sum_h (\theta_{h,i} \times (\vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i})) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Pero a partir de condiciones de complementariedad (A.5) y (A.9),

$$\sum_h (\theta_{h,i} \times (\vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i})) = \sum_h (\theta_{h,i} \times \eta_{h,i}) = \sum_h k_i \times \eta_{h,i} \quad (\text{A.18})$$

Entonces,

$$\sum_h \pi_{d_h} \times g_{h,i} \geq \sum_h (k_i \times \eta_{h,i} + c_i \times g_{h,i}) \quad (\text{A.19})$$

Que corresponde a la ecuación (32), es decir, la suma a lo largo de las horas de ingresos spot del generador es mayor o igual a la suma de sus costos de arranque y variables.

B. FACTIBILIDAD DEL PROBLEMA DE OPERACIÓN ASOCIADO A LOS ESQUEMAS DE RECUPERACIÓN DE COSTOS Y TÉCNICAS PARA MANEJAR PRODUCTOS DE VARIABLES CONTINUAS

En este anexo se analiza la viabilidad del problema de operación asociado a MWP, esquemas de ajuste de costos variables y cómo manejar los productos de variables continuas en estos problemas.

B.1 Viabilidad del problema de operación asociado al “pago lateral” o MWP

Suponga que el MIP asociado al problema de operación (23) tiene una solución óptima. Sean $\{\vartheta_{h,i}^0, \eta_{h,i}^0\}$ los valores de las variables binarias óptimas asociadas. Entonces, los niveles de despacho de planta asociados $\{g_{h,i}^0\}$ son la solución óptima del siguiente problema de operación restringido:

$$\text{Min} \left\{ \sum_{i,h} (c_i \times g_{h,i}) \right\} \quad (\text{B.1})$$

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \quad (\text{B.1a})$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i}^0 \times \bar{g}_i \quad (\text{B.1b})$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i}^0 \times \underline{g}_i \quad (\text{B.1c})$$

En el problema anterior, las variables binarias se corrigieron y corresponden al modelo de despacho lineal utilizado para calcular los precios spot. Sus condiciones de optimización son:

$$\sum_i g_{h,i}^0 = d_h \quad (\text{B.2})$$

$$g_{h,i}^0 \leq \vartheta_{h,i}^0 \times \bar{g}_i \quad (\text{B.3})$$

$$g_{h,i}^0 \geq \vartheta_{h,i}^0 \times \underline{g}_i \quad (\text{B.4})$$

$$\pi_{d_h}^0 + \pi_{\bar{g}_i, h, 1}^0 + \pi_{\bar{g}_i, h, 2}^0 + \pi_{\underline{g}_i, h}^0 \leq c_i \quad (\text{B.5})$$

$$\pi_{\bar{g}_i, h}^0 \leq 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\pi_{\underline{g}_i, h}^0 \geq 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\sum_h \pi_{d_h}^0 \times d_h + \sum_{i,h} \left(\pi_{\bar{g}_i, h}^0 \times \vartheta_{h,i}^0 \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_i, h}^0 \times \vartheta_{h,i}^0 \times \underline{g}_i \right) = \sum_{i,h} c_i \times g_{h,i}^0 \quad (\text{B.8})$$

Dónde

$\pi_{d_h}^0$ Es el multiplicador óptimo asociado a las ecuaciones de equilibrio de demanda (precio spot)

$\pi_{\bar{g}_i, h, 1}^0, \pi_{\bar{g}_i, h, 2}^0, \pi_{\underline{g}_i, h}^0$ Multiplicadores óptimos asociados a límites en la generación

Luego $\{\vartheta_{h,i}^0, \eta_{h,i}^0, g_{h,i}^0\}$, satisface las restricciones (a-i) del problema (34), y dado un valor adecuado $\delta_{i,h}$ se cumple la restricción (j). Entonces el Problema (34) es factible.

B.2 Viabilidad del problema de operación asociado al ajuste de costo variable

Nuevamente, como el MIP asociado al problema de operación (23) tiene una solución óptima. Sean $\{\vartheta_{h,i}^0, \eta_{h,i}^0\}$ los valores de las variables binarias óptimas asociadas. Entonces, los niveles de despacho de planta asociados $\{g_{h,i}^0\}$ son satisfacen las condiciones de optimización del modelo lineal (B.2) - (B.8) anteriores.

Al aumentar arbitrariamente el costo del generador $\{c_i \rightarrow c_i^{**}\}$ de tal manera que para un número positivo γ $c_i^{**} = \gamma \times c_i$, el nivel de despacho de energía no cambie, el nuevo precio spot será igual a: $\pi_{d_h}^{**} = \gamma \times \pi_{d_h}^0$. Luego, el precio spot puede aumentarse arbitrariamente para que,

$$\pi_{d_h}^* \times g_{h,i}^0 \geq k_i \times \vartheta_{h,i}^0 + c_i \times g_{h,i}^0 \quad (\text{B.9})$$

Entonces, sustituyendo c_i por $c_{i,h}^* = c_i^{**}$ en (B.5) y (B.8), tenemos que $\{\vartheta_{h,i}^0, \eta_{h,i}^0, g_{h,i}^0, c_{i,h}^*, \pi_{d_h}^*, \pi_{\bar{g}_i, h}^0, \pi_{\underline{g}_i, h}^0\}$ satisface el siguiente sistema de condiciones de complementariedad:

$$\sum_i g_{h,i}^0 = d_h \quad (\text{B.10})$$

$$g_{h,i}^0 \leq \vartheta_{h,i}^0 \times \bar{g}_i \quad (\text{B.11})$$

$$g_{h,i}^0 \geq \vartheta_{h,i}^0 \times \underline{g}_i \quad (\text{B.12})$$

$$\pi_{d_h}^* + \pi_{\bar{g}_i, h}^0 + \pi_{\underline{g}_i, h}^0 + \pi_{\underline{g}_i, h}^0 \leq c_{i,h}^* \quad (\text{B.13})$$

$$\pi_{\bar{g}_i, h}^0 \leq 0 \quad (\text{B.14})$$

$$\pi_{\underline{g}_i, h}^0 \leq 0 \quad (\text{B.15})$$

$$\pi_{\underline{g}_i, h}^0 \geq 0 \quad (\text{B.16})$$

$$\sum_h \pi_{d_h}^0 \times d_h + \sum_{i,h} \left(\pi_{\bar{g}_i, h}^0 \times \vartheta_{h,i}^0 \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_i, h}^0 \times \vartheta_{h,i}^0 \times \underline{g}_i \right) = \sum_{i,h} c_i^* \times g_{h,i}^0 \quad (\text{B.17})$$

$$\pi_{d_h}^* \times g_{h,i}^0 \geq k_i \times \vartheta_{h,i}^0 + c_i \times g_{h,i}^0 \quad (\text{B.18})$$

Entonces, el Problema (37) es factible.

B.3 Producto de variables continuas

La restricción (j) en el problema (34) implica la multiplicación de dos variables continuas, lo que implicaría que sería un problema de programación entera no lineal. Sin embargo, las restricciones (i) de (34) que corresponden a la igualdad primal-dual para el LP implica las restricciones de complementariedad:

$$\left(\pi_{d_h} + \pi_{\bar{g}_{i,h,1}} + \pi_{\bar{g}_{i,h,2}} + \pi_{\underline{g}_{i,h}}\right) \times g_{h,i} = c_i \times g_{h,i} \quad (\text{B.19})$$

$$\left(\vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i - g_{h,i}\right) \times \pi_{\bar{g}_{i,h,1}} = 0 \quad (\text{B.20})$$

$$\left(g_{h,i} - \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i\right) \times \pi_{\underline{g}_{i,h}} = 0 \quad (\text{B.21})$$

Igualdades (B.19) - (B.21) implican que:

$$\pi_{d_h} \times g_{h,i} = -\pi_{\bar{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i - \pi_{\underline{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i + c_i \times g_{h,i} \quad (\text{B.22})$$

Entonces, la restricción (j) de (34) puede reescribirse como:

$$-\pi_{\bar{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i - \pi_{\underline{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i + \delta_{i,h} \geq k_i \times \eta_{h,i} \quad (\text{B.23})$$

Como resultado, el Problema (34) puede reescribirse como:

$$\text{Min} \left\{ \sum_h \pi_{d,h} \times d_h + \sum_{i,h} \delta_{i,h} \right\} \quad (\text{B.24})$$

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \quad (\text{B.24a})$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i \quad (\text{B.24b})$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \quad (\text{B.24c})$$

$$\eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} \quad (\text{B.24d})$$

$$\vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} \quad (\text{B.24e})$$

$$\pi_{d_h} + \pi_{\bar{g}_{i,h}} + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \leq c_i \quad (\text{B.24f})$$

$$\pi_{\bar{g}_{i,h}} \leq 0 \quad (\text{B.24g})$$

$$\pi_{\underline{g}_{i,h}} \geq 0 \quad (\text{B.24h})$$

$$\sum_h \pi_{d_h} \times d_h + \sum_{i,h} \left(\pi_{\bar{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i + \pi_{\underline{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \right) - \sum_{i,h} c_i \times g_{h,i} = 0 \quad (\text{B.24i})$$

$$-\pi_{\bar{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i - \pi_{\underline{g}_{i,h}} \times \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i + \delta_{i,h} \geq k_i \times \eta_{h,i} \quad (\text{B.24j})$$

El problema (B.24) sigue siendo no lineal debido a los productos de variables binarias $(\vartheta_{h,i}, \eta_{h,i})$ con variables continuas $(\pi_{\bar{g}_{i,h}}, \pi_{\underline{g}_{i,h}})$, pero este puede manejarse fácilmente mediante técnicas estándar. Lo anterior es aplicable también al Problema (37).

C. CÁLCULO DE LOS CORTES DE BENDERS

El primer paso para calcular los cortes de Benders es crear una copia para la variable de decisión de inversión del problema de operación (41). Para esto:

$$F(\{x_i\}) = \text{Min} \left\{ \sum_{i,h} (c_i \times g_{h,i} + k_i \times \eta_{h,i}) \right\} \quad \text{Multiplicador} \quad (\text{C.1})$$

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \quad (\text{C.1a})$$

$$z_i - x_i = 0 \quad \beta_i \quad (\text{C.1b})$$

$$g_{h,i} \leq z_i \times \bar{g}_i \quad (\text{C.1c})$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i \quad (\text{C.1d})$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \quad (\text{C.1e})$$

$$\eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} \quad (\text{C.1f})$$

$$\vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} \quad (\text{C.1g})$$

$$z_i \leq 1 \quad (\text{C.1h})$$

Donde:

z_i Copia de la variable de decisión de inversión.

$F(\{x_i\})$ Costo mínimo de operación como una función de las variables de inversión $\{x_i\}$

El problema anterior es idéntico al problema de operación, excepto para la copia de la variable de decisión de la inversión z_i , que pertenece al intervalo $[0,1]$ (variable binaria). Sin embargo, la restricción (C.1b) garantiza que z_i es igual a las decisiones de inversión x_i .

El próximo paso es definir el problema Lagrangeano, asociado al problema anterior y la restricción (C.1b), que se define como sigue:

$$L(\{x_i\}, \{\beta_i\}) = \text{Min} \left\{ \sum_{i,h} (c_i \times g_{h,i} + k_i \times \eta_{h,i}) - \sum_i \beta_i \times (z_i - x_i) \right\} \quad (\text{C.2})$$

$$\sum_i g_{h,i} = d_h \quad (\text{C.2a})$$

$$g_{h,i} \leq z_i \times \bar{g}_i \quad (\text{C.2b})$$

$$g_{h,i} \leq \vartheta_{h,i} \times \bar{g}_i \quad (\text{C.2c})$$

$$g_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} \times \underline{g}_i \quad (\text{C.2d})$$

$$\eta_{h,i} \geq \vartheta_{h,i} - \vartheta_{h-1,i} \quad (\text{C.2e})$$

$$\vartheta_{h,i}, \eta_{h,i} \in \{0,1\} \quad (\text{C.2f})$$

$$z_i \leq 1 \quad (\text{C.2g})$$

El paso siguiente es optimizar el problema Lagrangeano con respecto a $\{\beta_i\}$:

$$H(\{x_i\}) = \text{Max } L(\{x_i\}, \{\beta_i\}) = L(\{x_i\}, \{\beta_i^{1,\{x_i\}}\}) \quad (\text{C.3})$$

Donde:

$\beta_i^{1,\{x_i\}}$ es el multiplicador óptimo asociado a $\{x_i\}$.

Un resultado clave es que las variables de decisión de inversión $\{x_i\}$ son variables binarias, es decir:

$$H(\{x_i\}) = F(\{x_i\}) \quad (\text{C.4})$$

Es decir, no hay gap de dualidad en este caso (consulte Zou, Ahmed, Sun [2018] para la prueba matemática de este resultado). Además, para el multiplicador óptimo asociado a las decisiones de inversión $\{x_i\} - \{\beta_i^{1,\{x_i\}}\}$,

$$L(\{y_i\}, \{\beta_i^{1,\{x_i\}}\}) = L(\{x_i\}, \{\beta_i^{1,\{x_i\}}\}) + \sum_i \beta_i^{1,\{x_i\}} \times (y_i - x_i) \quad (\text{C.5})$$

O, considerando la igualdad (C.4),

$$L(\{y_i\}, \{\beta_i^{1,\{x_i\}}\}) = F(\{x_i\}) + \sum_i \beta_i^{1,\{x_i\}} \times (y_i - x_i) \quad (\text{C.6})$$

Por otro lado:

$$L(\{y_i\}, \{\beta_i^{1,\{x_i\}}\}) \leq L(\{y_i\}, \{\beta_i^{1,\{y_i\}}\}) = H(\{y_i\}) = F(\{y_i\}) \quad (\text{C.7})$$

Donde:

$\beta_i^{1,\{y_i\}}$ es el multiplicador óptimo asociado a las variables $\{y_i\}$.

Entonces, de (C.6) y (C.7) tenemos que:

$$F(\{y_i\}) \geq F(\{x_i\}) + \sum_i \beta_i^{1,\{x_i\}} \times (y_i - x_i) \quad (\text{C.8})$$

Para todo $\{x_i\}$ y $\{y_i\}$. Por lo tanto, $F(\{y_i\})$ puede ser arbitrariamente aproximado por:

$$\hat{F}(\{y_i\}) = \text{Min}\{\alpha\} \quad (\text{C.9})$$

$$\alpha \geq w_k + \sum_i \beta_{k,i}^1 \times (y_i - x_{k,i}), k = 1, \dots, K \quad (\text{C.9a})$$

Donde:

w_k es la solución óptima del problema de operación para $\{x_i\} = \{x_{k,i}\}$

$\beta_{k,i}^1$ es la solución óptima para los multiplicadores de Lagrange para $\{x_i\} = \{x_{k,i}\}$ ($\beta_{k,i}^1 = \beta_{k,i}^{1,\{x_{k,i}\}}$)

Luego, en el problema (C.9), las restricciones (C.9a) corresponden a los cortes de Benders.